臺大管理論叢 2008/6
第18卷第2期 229-258

可控制前置時間與資源限制下單一商品與多個供應商存貨模型

A Single Item Multi-supplier Inventory Model with Variable Lead Time and Resource Constraints

潘昭容／彰化師範大學會計學系碩士
Chao-Jung Pan, Graduated, Department of Accounting, National Changhua University of Education

張錦特／彰化師範大學資訊管理學系教授
Ching-Ter Chang, Professor, Department of Information Management, National Changhua University of Education

Received 2006/4, Final revision received 2007/9

摘要

在訂購量與前置時間為決策變數之前提下，本文提出一個考慮數量折扣與允許部分欠撥之單一商品與多個供應商存貨模型；另外，為了使模型更臻完善，本文放寬以往的假設，使得趕工成本函數不僅受到訂購量的影響也同時受到壓縮前置時間的影響。接著，本文利用作業研究中的整數規劃方法來簡化傳統計量方法的求解程式，再運用逐步線性化方法處理非線性的問題以求解出近似全域最佳解，使得新模型不但能改善傳統計量方法僅能求得區域解的問題，還能運用一般商用運算軟體簡單求解，並且決策者可依照真實世界情況適時的加入限制式，以符合實際之需求。最後，透過範例加以驗證所提模型之正確性與實用性。

【關鍵字】多個供應商、前置時間、資源限制

Abstract

Based on both the ordered quantity and lead time as decision variable, this article proposes a single item multi-supplier model that considers inventory problems with quantity discount and backorder. To complete our model, this paper regards crash cost as a function of both the order quantity and the shortened lead time, not as a function of the shortened lead time. In this article, the integral optimization approach is used to simplify the complex multiple-step process of the traditional quantitative methods. In addition, exerting piecewise linearization techniques solves non-linear problems to find an approximate global optimization. As a result, the proposed model not only can overcome the shortcoming of the traditional quantitative methods that can merely obtain the local optimal solutions, but can be easily implemented by the common commercial programs. In addition, the resource constraints can be easily added by decision-maker to suit real-world situations. Finally, several examples are included to demonstrate the usefulness and correctness of the proposed method.

【Keywords】multi-supplier, lead time, resource constraints

臺灣大學學術期刊資料庫

作者衷心感謝主編與兩位匿名評審惠賜卓見，使本篇論文更臻完善。

壹、緣由與目的

存貨管理是企業購銷鏈管理的核心，因為它將進貨管理和銷貨管理聯結起來共同組成一個完整的企業購銷鏈管理系統；因此，良好的存貨管理政策可增加資金周轉，降低因庫存造成的損失，並且增加公司的競爭力。在 1994 年間國內許多電子製造業面臨電子產業的蓬勃發展與產品生命週期的縮短，為了提升市場的競爭力，許多公司投入了 JIT 的研究，使得供應商零組件的快速供應與前置時間的縮短成為一重要課題。

而前置時間可定義為從訂單開始到商品上架顧客滿足需求的時間 (Silver & Peterson, 1985)，所以前置時間應包括發出訂單前的準備時間、訂單遞送時間、供應商的前置時間、運輸時間、整備時間等要素 (Tersine, 1994; Ben-Daya & Raouf, 1994; Ouyang, Yeh, & Wu, 1996; Chang & Chang, 2001; Pan & Hsiao, 2001)，而壓縮前置時間將必須承擔額外的成本，也就是趕工成本，其包含管理成本、運送成本和供應商增加生產速率的成本 (Supplier's Speedup Costs)。所謂的管理成本是由買方縮短訂單準備時間，或採購單位縮短從收到請購單到正式發出訂單給供應商的時間等所需成本；運送成本為前置時間主要組成要素，通常縮減運送時間勢必會提高運送成本，反之欲降低運送成本則會拉長運送時間，因此，決策者可在時間與成本之間作一取捨，以作為趕工成本之依據，例如運輸時間可以分為海運和空運兩種，為了縮短運輸時間，我們可以付出較高的運輸成本，採用空運，反之，我們也可以節省運輸成本而採用海運增加運輸時間。在供應商增加生產速率的成本方面，就供應商而言，製造過程所需時間，僅占一小部分，未生產時的等候時間 (Queuing Time)，才是主要的部分，造成等候的理由包括等候優先權較高的訂單、等候製程相同的訂單同時生產，降低準備成本 (Setup Cost) 及等待所需的原料和零組件等。因此，如果買方要求縮短前置時間，則供應商勢必要在設備、原料、零組件及成品上投入較大的資金，以滿足需求。然而供應商所增加的成本也必定會轉嫁給買者，所以供應商增加生產速率的成本亦為趕工成本的一部份。

因此，Liao 與 Shyu (1991) 首先提出前置時間可因趕工而縮短，這與以往的學者將前置時間視為固定常數是完全不同的，所以其提出訂購量為已知且前置時間為決策變數的存貨模型，並假設前置時間內之需求量呈常態分配，以求解出最適前置時間、安全存量與再訂購點。Tersine (1994) 亦指出前置時間是可由管理者控制的變數而非一固定常數。Ben-Daya 與 Raouf (1994) 則推展 Liao 與 Shyu (1991) 的模式，在不允許缺貨的情況下以前置時間與訂購量為決策變數，並以計量方法求得全年期望總攸關成本極小化之存貨政策。Chang (2005) 則繼續延伸 Ben-Daya 與 Raouf (1994) 的模型，考慮趕工成本同時受到壓縮的前置時間與訂購量之影響，而其運用了作業研究方法中的整數規劃方法，解決以往欲求整數解，卻僅能獲得區域解的問題。

另外，在存貨管理文獻中，大多數學者皆僅兩極化地探討缺貨問題，亦即當缺

臺灣大學學術期刊資料庫

貨一旦發生時，以往研究將缺貨期間內的缺貨數量視為全數欠撥或是全數不補 (即銷貨損失)等兩種情形。然而，Rosenberg (1979) 則認為在缺貨期間內緊急訂單需求，將由其他的供應商來彌補缺貨，而非緊急訂單則允許欠撥；Rabinowitz、Mehrez、Chu 與 Patuwo (1995) 亦指出實際上缺貨數量允許部分欠撥的政策是較可行的，因為公司會向其他競爭者購買類似產品來填補缺貨。

Ouyang et al. (1996) 認為在某些情況下，購買者會願意等待缺貨回補，所以其進一步推廣 Ben-Daya 與 Raouf (1994) 的模型，將前置時間與訂購量視為決策變數，提出允許部分缺貨數量欠撥之混合型存貨模型，以計量方法求出全年總成本極小化的最適前置時間與訂購量。Ouyang 與 Wu (1998) 則延續 Ouyang et al. (1996) 之模型，以連續盤存系統為前提，假設在需求率的機率分配未知之情況下，僅知需求率的平均數與標準差，而運用大中取小不拘準則，找出最適的前置時間與訂購量。Pan 與 Hsiao (2001) 繼續延伸 Ouyang et al. (1996) 模型，認為欠撥比例與欠撥折扣應成正比，因而將欠撥折扣、前置時間與訂購量納為決策變數，放寬以往趕工成本為固定常數之假設，並將趕工成本劃分為固定成本與變動成本，以微積分推演出最適存貨政策。Pan、Hsiao 與 Lee (2002) 亦推廣 Ouyang et al. (1996) 模型，分別考慮需求服從常態分配及機率分配未知的情況，將趕工成本劃分為固定與變動成本，運用多階段求解過程求出總攸關成本最小的存貨政策。

再者，由於市場競爭，供應商通常為了吸引顧客購買產品，對大量訂購者予以價格上的折扣，以追求經濟上的最大利潤，而買者大量購買商品則可從中享受價格折扣的優惠。然而，一般價格折扣類型有全單位型折扣 (All-units-discount) 與遞減型數量折扣 (Incremental Discount) (Benton & Park, 1996)。所謂全單位型數量折扣係將訂購量劃分為若干區間，每一個訂購量區間皆會對應一單位進價，且隨著訂購量的增加而遞減。而遞減型數量折扣即供應商將訂購量劃分為若干個區間，每一個訂購量區間皆會對應一單位進價，且其隨著訂購量的增加而減少，因此，同一批商品中會因其不同區間而有多種單位進價，在此種情形下總成本函數為一連續的凸函數。

Chang 與 Chang (2001) 推廣 Ben-Daya 與 Raouf (1994) 的模型，考慮全單位型數量折扣的情形，其利用作業研究中的整數規劃方法克服了數量折扣的非連續性函數問題，並能依實際情況在模型中加入限制式，以求得近似全域最佳解。

最後，大部分存貨模型皆假設由單一供應商來補充貨源，但事實上，企業會因價格、品質、競爭力、缺貨成本和降低風險之考量而採用多個供應商的訂購模式 (Guo & Ganeshan, 1995)，藉由訂單的可分割性，將產品運送到達時間區隔開，以降低存貨持有成本與缺貨成本，且企業亦可藉由採用多個供應商來源，讓供應商之間互相競爭，從中獲得價格折扣上之利益。

Chiang 與 Benton (1994) 假設前置時間呈移動指數分配 (Shifted Exponential) 及需

臺灣大學學術期刊資料庫

求呈常態分配，且兩個供應商之條件均等的情況下，發現當訂單成本高、前置時間變動低或服務水準低時，使用雙重供應來源較單一供應來源佳。Hayya、Chhsty 與 Pan (1987) 假設兩個供應商的前置時間均服從 Gamma 分配且需求呈常態分配，兩供應商之訂購量相同，發現雙重供應商來源明顯地降低缺貨待補數量及前置時間需求。Sculli 與 Shum (1990) 亦假設 n 個供應商的前置時間為 Gamma 分配且需求呈常態分配，發現雙重供應商模式的再訂購點水準和缺貨機率都小於單一供應商來源。Ramasesh (1990) 假設兩個供應商的前置時間為均勻分配或指數分配且訂單分割量相等，需求為固定，發現當前置時間不確定時，雙重供應商來源所節省的存貨持有成本及缺貨成本多於所增加的訂購成本，所以採用兩個供應商比較符合成本效益。Zhao 與 Lau (1992) 假設兩供應商的前置時間為固定且需求服從常態分配，發現雙重供應商來源不只可以減少前置時間與前置時間需求，還可減少平均存貨。Lau 與 Zhao (1993) 指出當兩供應商的前置時間呈 Beta 分配且需求為指數分配時，雙重供應商來源可降低存貨持有成本。

Kelle 與 Silver (1990) 假設 n 個供應商之前置時間呈 Weibull 分配，需求為固定且各供應商的訂購量相同，發現採用多個供應商來源能降低前置時間變異以及安全存量的水準。Rosenblatt、Herer 與 Hefter (1998) 則以固定週期法把供應商的訂購量錯開，所提之模型能整合供應商選擇政策與存貨管理的問題，而此種模式適用於一個主要供應商與多個次要供應商的情形，Chang (2006) 則延續 Rosenblatt et al. (1998) 的模型，提出一個有關於全單位型數量折扣的單一商品與多個供應商存貨制度，其引用線性規劃方法，不但解決 Rosenblatt et al. (1998) 的模型僅能獲得區域解的問題，還能運用商用運算軟體輕易求解。

綜合上述，本文將以前置時間與訂購量為決策變數，同時考慮數量折扣、缺貨期間允許部份欠撥以及趕工成本中包含固定與變動成本的情形，先建構單一商品與單一供應商之存貨模型，接著再放寬為多個供應商，並在多個供應商存貨模型中考慮資源限制的問題，建構一個完整的解題步驟來求得近似全域最佳解，為達到上述目的，本文運用整數規劃技巧與逐步線性化方法，克服傳統微積分方法僅能求出區域最佳解的問題，以及簡化傳統多階段的求解程式。

貳、模型建立一單一商品與單一供應商存貨模型

由於本文係延伸 Pan et al. (2002) 的模型，所以首先簡略介紹 Pan et al. (2002) 之模型，並探究此模型所存在的問題，接著針對此模型之缺失加以修正，並進一步考慮數量折扣的問題。

臺灣大學學術期刊資料庫

一、符號定義與假設

Pan et al. (2002) 模型之符號定義與假設說明如下所示：

(一) 符號定義

L = 前置時間的長度 (決策變數)

Q = 每次訂購量 (決策變數)

D = 全年平均需求量 (參數)

A = 每次訂購成本 (參數)

h = 每單位商品之持有成本 (參數)

π_0 = 每單位商品之邊際利潤 (參數)

π = 每單位缺貨商品之懲罰成本 (參數)

β = 缺貨期間缺貨數量允許欠撥的比例 (參數)

(二) 假設

1. 假設前置時間為 L，每日需求量服從常態分配，前置時間 L 內之需求量為 X，其平均數為 μL，而標準差則為 $\sigma\sqrt{L}$。
2. 再訂購點 r = 前置時間之期望需求量 μL + 安全存量 SS，而 SS = 安全因數 k * 前置時間需求量之標準差 $\sigma\sqrt{L}$，亦即 $r = \mu L + k\sigma\sqrt{L}$。
3. 採用連續盤查系統觀察存貨水準，當存貨水準低於再訂購點 r 時訂購商品。
4. 前置時間 L 由 n 個互相獨立的要素所組成，但這些要素不可平行 (同時) 趕工，並假設第 i 個要素在充分趕工時的最短時間為 a_i，而不趕工的正常情況下所需時間為 b_i，$i = 1,2,...,n$。
5. 假設可藉由每單位時間的趕工成本 c_i 壓縮前置時間，而 $c_i = f_i + v_i Q$，$i = 1,2,...,n$，亦即 c_i 包含了固定成本 f_i 與變動成本 $v_i Q$ 二部分。
6. 任意兩條趕工成本線為一元一次方程式 ($c_i = f_i + v_i Q$ 及 $c_j = f_j + v_j Q$) 且有一交叉點，若 $c_i = c_j$，則存在一交點 Q^S，且其交點數量最多為 $n(n-1)/2$ 個，而這些交點依大小排序為 $Q_0^S \le Q_1^S \le ... \le Q_m^S \le Q_{m+1}^S$，其中 $Q_0^S = 0$，$Q_{m+1}^S = \infty$，如圖 1 所示。

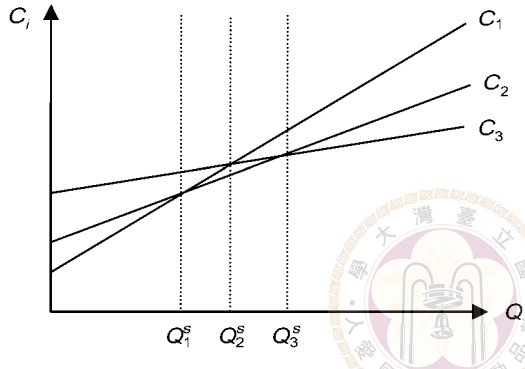


圖 1 單位趕工成本函數

臺灣大學學術期刊資料庫

7. 在訂購量區間 $[Q_i^S, Q_{i+1}^S]$ 內，若有需要趕工，則以每單位時間的趕工成本最小者優先考慮趕工，接著考慮趕工成本次小的，依此類推。如圖 1 中，在訂購量區間 $[Q_1^S, Q_2^S]$ 內，$C_2 < C_1 < C_3$，所以趕工優先順序為要素 2、要素 1、要素 3。

8. 假設正常作業下的前置時間為 $L_0 \equiv \sum_{j=1}^{n} b_j$，即所有組成要素皆不趕工的前置時間長度，而 L_i 為要素 1 至要素 i 皆充分趕工下之最短前置時間長度，則 $L_i = L_0 - \sum_{j=1}^{i} (b_j - a_j)$, $i = 1,2,...,n$，L_{i-1} 為前置時間組成要素 1 至要素 $i-1$ 皆充分趕工下所需的前置時間，所以 $L_{\min} = \sum_{i=1}^{n} a_i \le L \le L_{\max} = \sum_{i=1}^{n} b_i$，而 $L_i < L \le L_{i-1}$；假設每一訂購週期的趕工成本 $R_q(L)$ 與壓縮的前置時間呈線性關係，所以 $R_q(L)$ 可表示如下：

$$R_q(L) = (f_i + v_i Q)(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} (f_j + v_j Q)(b_j - a_j)$$

二、Pan et al. (2002) 模型之不足

根據上述假設，得知當全年平均需求量為 D，每次訂購量為 Q，每次訂購成本為 A，則全年期望總訂購成本 (Total Ordering Cost；TOC) 為

$$TOC = A\frac{D}{Q}$$

當前置時間內需求量 X 服從常態分配，且再訂購點為 $r = \mu L + k\sigma\sqrt{L}$ 時，若 $X > r$，便發生缺貨，而此缺貨數量為 $X - r$，所以每一缺貨 (訂購) 週期之期望缺貨數量 $B(r)$ 為

$$B(r) = \int_r^{\infty} (x - r) f(x) dx = \sigma\sqrt{L}\Psi(k)$$

假設 $\Psi(k) \equiv \phi(k) - k[1 - \Phi(k)]$，其中 ϕ 及 Φ 分別為標準常態分配之機率密度函數及累積分配函數，所以每一缺貨週期之期望欠撥數量與銷售損失數量分別為 $\beta B(r)$ 和 $(1-\beta) B(r)$，由上述可知全年期望持有成本 (Total Holding Cost；THC) 為

$$THC = [\frac{Q}{2} + r - \mu L + (1-\beta)B(r)]h = [\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L} + (1-\beta)\sigma\sqrt{L}\Psi(k)]h$$

由於當缺貨發生時，可能遭受到消費者的懲罰 (如消費者要求打折)，故每缺貨週期之總懲罰成本為 $\pi B(r)$，但消購者也可能因缺貨而轉向其他賣者購買商品，損失了

臺灣大學學術典藏資料庫

原可賺取的利潤，故每缺貨週期之總利潤損失為 $(1-\beta)\ B\ (r)\ \pi_0$，而全年期望總缺貨成本 (Total Shortage Cost；TSC) 為

$$TSC = \frac{D}{Q}\pi B(r) + \frac{D}{Q}\pi_0(1-\beta)B(r) = \frac{D}{Q}[\pi + (1-\beta)\pi_0]\sigma\sqrt{L}\Psi(k)$$

再者，根據第 8 項假設，得知每一訂購週期之趕工成本為 $R_q(L)$，則全年期望總趕工成本 (Total Crash Cost；TCC) 為

$$TCC = \frac{D}{Q}R_q(L) = \frac{D}{Q}[(f_i + v_i Q)(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1}(f_j + v_j Q)(b_j - a_j)]$$

可知 Pan et al. (2002) 模型之全年期望總攸關成本 (Total Expected Annual Inventory Cost；EAC) 如下所示：

$$\begin{aligned} EAC(Q, L) &= \text{訂購成本} + \text{持有成本} + \text{缺貨成本} + \text{趕工成本} \\ &= \text{TOC+THC+TSC+TCC} \\ &= A\frac{D}{Q} + h[\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L} + (1-\beta)\sigma\sqrt{L}\Psi(k)] \\ &\quad + \frac{D}{Q}[\pi + \pi_0(1-\beta)]\sigma\sqrt{L}\Psi(k) \\ &\quad + \frac{D}{Q}[f_i(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} f_j(b_j - a_j)] \\ &\quad + D[v_i(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} v_j(b_j - a_j)], L \in (L_i, L_{i-1}) \end{aligned} \qquad (1)$$

將 $EAC(Q, L)$ 分別對 Q 及 L 作一階偏微分如下：

$$\frac{\partial EAC(Q,L)}{\partial Q} = -\frac{AD}{Q^2} + \frac{h}{2} - \frac{D}{Q^2}[\pi + \pi_0(1-\beta)]\sigma\sqrt{L}\Psi(k) - \frac{D}{Q^2}[f_i(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} f_j(b_j - a_j)]$$

$$\frac{\partial EAC(Q,L)}{\partial L} = \frac{1}{2}hk\sigma L^{-1/2} + \frac{1}{2}\left\{h(1-\beta) + [\pi + \pi_0(1-\beta)\frac{D}{Q}]\right\}\sigma\sqrt{L}\Psi(k) - \frac{D}{Q}(f_i + v_i Q)$$

臺灣大學學術期刊資料庫

接著，再將 $EAC(Q, L)$ 分別對 Q 及 L 作二階偏微分

$$\frac{\partial^2 EAC(Q,L)}{\partial Q^2} = \frac{2AD}{Q^3} + \frac{2D}{Q^3}[\pi + \pi_0(1-\beta)]\sigma\sqrt{L}\Psi(k) + \frac{2D}{Q^3}[f_i(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} f_j(b_j - a_j)] > 0$$

$$\frac{\partial^2 EAC(Q,L)}{\partial L^2} = -\frac{1}{4}hk\sigma L^{-3/2} - \frac{1}{4}\left\{h(1-\beta) + \frac{D}{Q}[\pi + \pi_0(1-\beta)]\right\}\sigma L^{-3/2}\Psi(k) < 0$$

因此，在任意給定的訂購數量 Q 下，全年期望總攸關成本函數 $EAC(Q, L)$ 為前置時間 L 的凹函數，亦即固定的訂購量 Q 下，全年期望總攸關成本最小值必發生在 $L_i < L < L_{i-1}$ 之端點上，所以令 $\frac{\partial EAC(Q,L)}{\partial Q} = 0$ 可得最適訂購量 Q 如下：

$$Q = \left[\frac{2D\left\{A + [\pi + \pi_0(1-\beta)]\sigma\sqrt{L}\Psi(k) + [f_i(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} f_j(b_j - a_j)\right\}}{h}\right]^{1/2} \qquad (2)$$

若前置時間內各組成要素皆不趕工時，前置時間為 $\sum_{j=1}^{n} b_j$，固定趕工成本則為 0；但若各組成要素完全趕工時，前置時間為 $\sum_{j=1}^{n} a_j$，固定趕工成本為 (Fixed Crash Cost；FCC) $\sum_{j=1}^{n} f_j(b_i - a_j)$。

$$Q_{\min} = \left[\frac{2D\left\{A + [\pi + \pi_0(1-\beta)]\sigma\sqrt{\sum_{j=1}^{n} a_j}\Psi(k)\right\}}{h}\right]^{1/2},$$

$$Q_{\max} = \left[\frac{2D\left\{A + [\pi + \pi_0(1-\beta)]\sigma\sqrt{\sum_{j=1}^{n} b_j}\Psi(k) + \sum_{j=1}^{n} f_j(b_j - a_j)\right\}}{h}\right]^{1/2}$$

綜合上述，可知 $Q_{\min} \le Q \le Q_{\max}$，所以若 $Q_{i-1}^S \le Q_{\min} \le Q_i^S$，且 $Q_{i-1}^S \le Q_{\max} \le Q_i^S$，則最適訂購量必在訂購量區間 (Q_{i-1}^S, Q_i^S) 內，但若 $Q_{\min} \le Q_{i-1} \le Q \le Q_i \le Q_{\max}$，則 $Q_{i-2}^S \le Q_{\min} \le Q_{i-1}^S$ 且 $Q_i^S \le Q_{\max} \le Q_{i+1}^S$，則最適訂購量 Q 必在訂購區間 (Q_{i-2}^S, Q_{i-1}^S) 內及 $(Q_i^S,$

臺灣大學學術期刊資料庫

Q_{i+1}^{S}) 之間。

為了更清楚的說明 Pan et al. (2002) 模型的求解過程，本文將利用範例一加以說明。在範例一中，可以發現 Pan et al. (2002) 模型，有以下不足之處：

1.在某些情況下 (如專案期間) 訂購次數 $\frac{D}{Q}$ 應為一正整數，亦即當企業在規劃全年訂購次數 $\frac{D}{Q}$ 時，通常會選取大於或等於 $\frac{D}{Q}$ 的最小整數 $\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil$、小於或等於 $\frac{D}{Q}$ 的最大整數 $\left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor$，或者同時考慮 ($\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor$) 的整數為最適訂購次數，而運用 Pan et al. (2002) 的模型所求算出的訂購次數通常含有小數，較不合用於某些狀況下之使用 (詳見範例一)。

2.此模型的存貨系統屬連續盤查系統，且 $\frac{D}{Q}$ 為一連續值，所以在此模型中欲求得訂購次數為整數解時，只能獲得區域解而非全域最佳解。

3.當企業的前置時間係由眾多要素 (i＞3) 所組成的，此時若運用 Pan et al. (2002) 模型想求解出整數解，將使計算過程更為艱辛及繁瑣。

4.Pan et al. (2002) 模型無法依據真實世界之情況輕易地加入資源限制式 (如倉庫大小、單筆訂單金額等限制式)，這使得管理者在實際應用上會有所不便與限制。

5.此模型未考慮數量折扣的情形，此模型一旦面臨數量折扣的問題時，須加入額外的運算式，將使其求解程序更為複雜 (詳見範例二)。

三、模型建立

為了要克服 Pan et al. (2002) 模型中存在的問題，本文於存貨管理模型中同時考慮整數訂購次數 ($\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor$) 與數量折扣 $C(Q)$ 之情形，其修正後之模型如下：

全年期望總攸關成本＝訂購成本＋持有成本＋缺貨成本＋趕工成本＋購買成本

$$EAC(Q,L) = A\left(\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor\right) + \left\{\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L} + (1-\beta)\sigma\sqrt{L}\Psi(k)\right\}h\%C(Q)$$

臺灣大學學術期刊資料庫

$$+\left(\left\lceil\frac{D}{Q}\right\rceil,\left\lfloor\frac{D}{Q}\right\rfloor\right)[\pi+\pi_0(1-\beta)]\sigma\sqrt{L}\Psi(k)$$
$$+\left(\left\lceil\frac{D}{Q}\right\rceil,\left\lfloor\frac{D}{Q}\right\rfloor\right)[f_i(L_{i-1}-L)+\sum_{j=1}^{i-1}f_j(b_j-a_j)] \quad (3)$$
$$+D[v_i(L_{i-1}-L)+\sum_{j=1}^{i-1}v_j(b_j-a_j)]+DC(Q)$$

其中 $C(Q)$ 為供應商給予之數量折扣的每單位購買成本，而 $C(Q)$ 是一遞減函數；$h\%$ 為每單位持有成本率 (亦即每單位持有成本占每單位購買成本之比率)，$C(Q)$ $h\%$ 等於每單位持有成本 h；$\left(\left\lceil\frac{D}{Q}\right\rceil,\left\lfloor\frac{D}{Q}\right\rfloor\right)$ 為整數訂購次數，其中 $\left\lceil\frac{D}{Q}\right\rceil$ 為大於或等於 $\frac{D}{Q}$ 的最大整數，$\left\lfloor\frac{D}{Q}\right\rfloor$ 是小於或等於 $\frac{D}{Q}$ 的最大整數。

為了求解 (3) 式，本文將運用下列命題逐一架構修正後之新模型：

命題 1

由於 (3) 式中的 $\left(\left\lceil\frac{D}{Q}\right\rceil,\left\lfloor\frac{D}{Q}\right\rfloor\right)$ 為一整數函數，我們可以依據 Li 與 Chang (1998) 及 Chang 與 Chang (2001) 所提的方法來加以處理：

P1

Minimize x

subject to

$$xQ \geq D \quad (4)$$
$$x=\sum_{j=1}^{J}2^{j-1}u_j \quad (5)$$
$$Q=\sum_{j=1}^{J}2^{j-1}v_j \quad (6)$$

其中 x 與 Q 為整數變數，而 u_j 及 v_j 則屬於 0-1 變數。

臺灣大學學術期刊資料庫

證明：

根據 Chang (2000) 的模型可很輕易地將 (4) 式中的混合整數 x ($\sum_{j=1}^{J} 2^{j-1} v_j$) 予以線性化，因當 $m = xv_j$ 且符合 (i) $(v-1)M+x \leq m \leq x$；(ii) $0 \leq m \leq Mv_j$，其中 v_j 為 0-1 變數，M 是一個大值，而 m 為一連續變數，(5) 式和 (6) 式分別表示 x 與 Q 是整數，所以 P1 相當於 ($\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor$)，因此完成命題 1 的證明。

式 (3) 中的缺貨成本 $B(r)$、趕工成本 $R_q(L)$ 及安全存量 $k\sigma\sqrt{L}$ 皆屬於非線性問題，而可依據 Chang (2002a, 2002b) 的模型運用逐步線性化的方法來解決此非線性問題，有關的說明如下：

命題 2

$f(x)$ 相對於 x 為一逐步線性函數，如圖 2。並當 i =1,2,...,n，令 a_i 為函數 $f(x)$ 的截切點(Break Points)， s_i 為中斷點 a_i 和 a_{i+1} 間的斜率。故 $f(x)$ 可表示如下：

$f(x) = a_1 + s_1(x-a_1) + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{s_i - s_{i-1}}{2}(|x-a_i| + x - a_i)$，其中 $|x|$ 為 x 之絕對值。

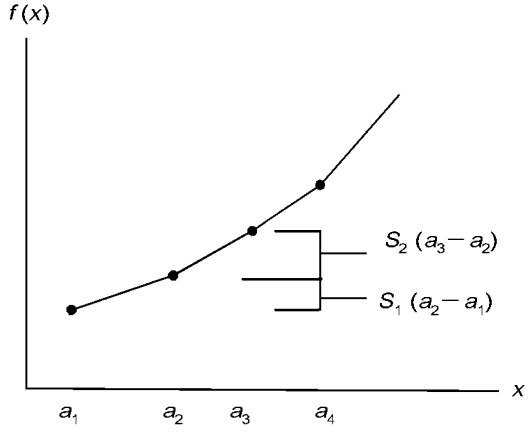


圖 2 逐步線性化函數圖

此命題解釋如下：

(一) 當 $x = a_1$ ，則 $f(x) = f(a_1)$ 。

(二) 當 $x = a_2$ ，則 $f(x) = f(a_1) + \frac{f(a_2) - f(a_1)}{a_2 - a_1}(x - a_1) = f(a_1) + s_1(x - a_1)$

(三) 當 $x \leq a_3$ ，則 $f(x) = f(a_1) + s_1(x-a_1) + s_2(x-a_2)$

$= f(a_1) + s_1(x-a_1) + \frac{s_2 - s_1}{2}(|x-a_2| + x - a_2)$

臺灣大學學術期刊資料庫

在 $f(x)$ 函數中，若絕對值函數為正的系數時，可以表示如下：

P2

Minimize $z=\sum_{j=1}^{m}(|x-a_j|+x-a_j)$

subject to

$x\in F$ (F 為可行解之集合，x 為任意數)

a_j 為常數，且 $0<a_1<a_2<...<a_n$

而 P2 可線性化為 P3 如下：

P3

Minimize $z=2\sum_{j=1}^{m}(x-a_j+\sum_{k=1}^{j}b_k)$

subject to

$$x+\sum_{k=1}^{m}b_k\geq a_m$$

$$0\leq b_1\leq a_1$$

$$0\leq b_k\leq a_k-a_{k-1}\ ,\ k=2,3,..,m$$

$x\in F$ (F 為可行解之集合，F 為任意數)

命題 3

當命題 2 考量全域規劃，其絕對值係數為正時，P3 如同 P2。

證明：

因 $a_k-a_{k-1}\geq b_k$，則 $x\geq a_k-(b_1+b_2+...+b_k)\geq a_{k-1}-(b_1+b_2+...+b_{k-1})$；且當 $k=2, 3,...,m$，則 $x+b_1+b_2+...+b_{k-1}\geq a_{k-1}$ 涵蓋 $x+b_1+b_2+...+b_k\geq a_k$，所以 P3 相當於 P2。

在函數中，若絕對值函數為負的系數時，可以表示如下:

P4

Minimize $z=-\sum_{j=1}^{m}(|x-a_j|+x-a_j)$

subject to

$x\in F$ (F 為可行解之集合，x 為任意數)

a_j 為常數

可利用 P5 來解決 P4 中的非線性問題：

臺灣大學學術期刊資料庫

P5

Minimize $z' = -2y + 2ua_j$

subject to

$$M(u-1) < x - a_j \le Mu$$

$$x + (u-1)M \le y \le (1-u)M + x$$

$$y \le Mu$$

$$y \ge 0$$

其中 u 為 0-1 變數，M 為一個大值，x 則為任意數。

命題 4

當命題 2 考量全域規劃，其絕對值係數為負時，P4 相當於 P5 。

證明：

若 $u = 1$ ，則 $x - a_j > 0$ ，將使得 $y = x$ ，即 $z' = -2(x - a_j) = z$ ，同理可證，當 $x - a_j \le 0$ ，則 $u = 0$ ，將使得 $y = 0$ 即 $z' = 0 = z$ ；故 P5 相當於 P4 得證。

R_q (L) 與 C (Q) 將面臨如何選取最適訂購量區間之問題，而此兩個非線性問題可依據 Chang 與 Chang (2001) 及 Chang (2005) 的方法予以解決。

命題 5

P6

Minimize $C(Q) = \sum_j C_j(Q) \prod_{k=1}^{m} (x_k(B)(1-2y_k) + y_k)$

subject to

$$\prod_{j=1}^{m} (x_k(B)(1-2y_k) + y_k)\underline{L_j} \le Q \le \overline{H_j} + \prod_{k=1}^{m} [(1-x_k(B))(1-2y_k) + y_k]M,$$

$$\forall\ n, j \qquad (7)$$

$$y_k \in \{0,1\} \qquad (8)$$

此處之 L_j 與 $\overline{H_j}$ 分別為 C (Q) 的最小和最大數量，n 是 C (Q) 階段數目，而 $m = \lfloor \log_2^n \rfloor$ 乃是以 (7) 式為限制式之整數，x_k (B) 為二元序列，M 是一個大值。

P7

表 1 訂購量與每單位購買成本

訂購量區間 Q	每單位購買成本 C (Q)
1～99	11.25
100～199	10.50
200～299	10.25
300+	10.00

臺灣大學學術期刊資料庫

應用命題 5 並配合表 1 之參數，此問題可以表示成下列的模式：

Minimize $C(Q) = 11.25\, y_1 y_2 + 10.5(1 - y_2)\, y_1 + 10.25(1 - y_1)\, y_2 + 10(1 - y_1)(1 - y_2)$

subject to

$$y_1 . y_2 \le Q \le 99 + (1 - y_1)M + (1 - y_2)M \quad (9)$$

$$100[y_1(1 - y_2)] \le Q \le 199 + (1 - y_1)M + y_2 M \quad (10)$$

$$200[(1 - y_1)\, y_2] \le Q \le 299 + y_1 M + (1 - y_2)M \quad (11)$$

$$300[(1 - y_1).(1 - y_2)] \le Q \le M + y_1 M + y_2 M \quad (12)$$

其中 y_k (k =1, 2) 為 0-1 變數，M 則為一個大值，C (Q) 為一遞減函數； (9) 至 (12) 式乃是確保 C (Q) 相對於訂購量 Q 有一精確值。

P8

若前置時間係由 3 個互相獨立要素組成，所以有三個交點，分別為 Q_1^S =100、Q_2^S =425.9 及 Q_3^S =1,357.1，而每一訂購量區間所對應的趕工成本函數表示如下：

表 2 訂購量與趕工成本函數

訂購量區間 Q	每一訂購量區間的趕工成本函數 R_q (L)
1～100	R_{q1} (L)
100～425	R_{q2} (L)
426～1,357	R_{q3} (L)
1,358+	R_{q4} (L)

應用命題 5 並配合表 2 之參數，此問題可以表示成下列的模式：

Minimize $R_q(L) = R_{q1}(L).\, y_3 y_4 + R_{q2}(L).(1 - y_4)\, y_3 + R_{q3}(L).(1 - y_3)\, y_4 + R_{q4}(L)(1 - y_3)(1 - y_4)$

subject to

$$y_3 . y_4 \le Q \le 100 + (1 - y_3)M + (1 - y_4)M \quad (13)$$

$$100[y_3(1 - y_4)] \le Q \le 425 + (1 - y_3)M + y_4 M \quad (14)$$

$$426[(1 - y_3)\, y_4] \le Q \le 1357 + y_3 M + (1 - y_4)M \quad (15)$$

$$1358[(1 - y_3).(1 - y_4) \le Q \le M + y_3 M + y_4 M \quad (16)$$

其中 y_k (k=3,4) 為 0-1 變數，R_{q1} (L) 為第一個訂購量區間 [0,100] 的趕工成本函數，以此類推；同樣地，(13) 至 (16) 式也是確保 R_q (L) 相對於訂購量 Q 有一精確

臺灣大學學術期刊論文資料庫

值，而 $R_q(L)$ 為一嚴格遞增函數。

依據上述命題1 到命題5，可得出所建立的新模型如下：

建立模型一

Minimize $EAC(Q,L) = x.A + [\frac{Q}{2} + k\sigma z + (1-\beta)B(r)]h\%C(Q)$

$$+ x[\pi + \pi_0(1-\beta)]\sigma\sqrt{L}\Psi(k)$$

$$+ x\sum_j R_{qj}(L)\prod_{k=1}^{m}(x_k(B)(1-2y_k)+y_k)$$

$$+ D\sum_j C_j(Q)\prod_{k=1}^{m}(x_k(B)(1-2y_k)+y_k)$$

subject to

同 (4)－(6) (17)

$$z = a_0 + s_1(\ln z - a_1) + \sum_{j=2}^{m-1}\frac{s_j - s_{j-1}}{2}(\ln z - a_j| + \ln z - a_j) \quad (18)$$

$$\ln z = 0.5\ln L \quad (19)$$

$$\ln L = a_0 + s_1(L - a_1) + \sum_{j=2}^{m-1}\frac{s_j - s_{j-1}}{2}(|L - a_j| + L - a_j) \quad (20)$$

$$R_{qj}(L) = a_0 + s_1(L - a_1) + \sum_{k=2}^{m-1}\frac{s_k - s_{k-1}}{2}(|L - a_j| + L - a_j) \quad (21)$$

$$B(r) = \sigma\Psi(k)z \quad (22)$$

同 (7)－(8) (23)

其中 $R_{qj}(L)$ 為第 j 個訂購區間的趕工函數，(17) 式用於確保訂購次數 $(\left\lceil\frac{D}{Q}\right\rceil, \left\lfloor\frac{D}{Q}\right\rfloor)$ 為真，(18) 到 (20) 式為前置時間 $\sqrt{L}$ 的線性化表示法，$R_{qj}(L)$ 則以 (21) 式來表示，(22) 式為缺貨發生時的缺貨數量，(23) 式則保證 $C(Q)$ 與 $R_q(L)$ 相對訂購量 Q 有一精確值。

四、範例

(一) 範例一－Pan et al. (2002) 模型中加入數量折扣情形之應用

本文將透過本範例加以說明 Pan et al. (2002) 模型中加入數量折扣的求解過程。假設 D = 6,000 單位／年，A = \$2000，每單位持有成本率 $h\%$ = 2，且供應商依訂購量多寡予以不同的數量折扣 (如表 1)，π = \$50，π_0 = \$150，σ = 7 單位／每週，β = 0.5，而前置時間各個組成要素相關資料如表 3，並令缺貨週期內，容許發生缺貨的機

臺灣大學學術期刊資料庫

率為 0.2，由統計常態分配表可查得 $k = 0.845$，$\Psi(k) = 0.1102$。

表 3 前置時間各個組成要素的相關資料

前置時間要素	正常作業期間 (天)	最短作業期間 (天)	單位固定趕工成本 ($/天)	單位變動趕工成本率 ($/天)
1	20	6	0.5	0.0120
2	20	6	1.3	0.0040
3	16	9	5.1	0.0012

首先，利用 $c_i = c_j$ 之觀念，計算出表 3 中三條趕工成本函數的交叉點，此範例有三個交叉點分別為 $Q_1^S = 100$ $(0.5 + 0.012Q = 1.3 + 0.04Q)$、$Q_2^S = 425.9$ $(0.5 + 0.012Q = 5.1 + 0.0012Q)$ 及 $Q_3^S = 1{,}357.1$ $(1.3 + 0.004Q = 5.1 + 0.0012Q)$，共有四個訂購量區間，分別為 [0,100]、[100,425]、[426,1357] 及 [1358, ∞]。

表 4 各個訂購量區間之趕工優先順序

訂購量區間	前置時間組成要素趕工順序
0～100	要素 1、要素 2、要素 3
101～425	要素 2、要素 1、要素 3
426～1,357	要素 2、要素 3、要素 1
1,358+	要素 3、要素 2、要素 1

本文利用訂購量 (即趕工數量) Q 分別為 50、200、500 及 1500，以決定出每一訂購量區間的趕工順序。當訂購數量 $Q = 50$ 時，落在第一訂購區間，要素 1、要素 2 及要素 3 的每單位時間趕工成本 c_i 則分別為 1.1、1.5 及 5.16，所以要素趕工順序為要素 1、要素 2、要素 3；當訂購數量 $Q = 200$ 時，落在第二訂購區間，要素 1、要素 2及要素 3的每單位時間趕工成本 c_i 分別為 2.9、2.1 及 5.34，所以要素趕工順序為要素 2、要素 1、要素 3；當訂購數量 $Q = 500$ 時，落在第三訂購區間，要素 1、要素 2 及要素 3 的每單位時間趕工成本 c_i 分別為 6.5、3.3 及 5.7，所以要素趕工順序為要素 2、要素 3、要素 1；當訂購數量 $Q = 1{,}500$ 時，落在第四訂購區間，要素 1、要素 2 及要素 3的每單位時間趕工成本 c_i 分別為 15.8、7.3 及 6.9，所以要素趕工順序為要素 3、要素 2、要素 1。由上述可得知，當有需要趕工，是以每單位時間成本最小者趕工至最大者時 (如假設 7)，每一訂購量區間的趕工順序會有所不同 (如表 4)。

臺灣大學圖書館 期刊資料庫

表 5　β=0.5 與每一採購單價範圍的最大訂購量 Q_{max} 及最小訂購量 Q_{min}

訂購量區間	每單位購買成本	每單位持有成本	最小訂購量	最大訂購量
1-99	11.25	22.50	1,075	1,116
100-199	10.50	21.00	1,113	1,155
200-299	10.25	20.50	1,126	1,169
300+	**10.00**	**20.00**	**1,140**	**1,183**

由於每一訂購量區間的趕工順序皆不同，所以每一訂購量區間所對應的趕工成本函數 R_{qj} (L) 亦不同，因此，須求解出每一採購單價範圍的最大訂購量 $Q_{\max}$ 及最小訂購量 $Q_{\min}$ (如表 5)，來選出最適訂購量區間，進而決定各個要素的趕工順序。接者，須計算每一採購單價範圍的最大及最小訂購量範圍 (如表 5)，而後選取落在採購單價範圍內的數值以決定出最適訂購量區間及每單位購買成本，進而決定要素趕工順序。

由表 5 可得知僅當最小訂購量及最大訂購量分別為 1,140 及 1,183 落在訂購量區間 $[300,\infty]$ 之合理範圍，所以每單位購買成本為 10 以及趕工的訂購量區間為 [427,1357]，而在區間 [427,1357] 內，趕工順序分別為要素 2、要素 3、要素 1，接者，利用要素的趕工順序求算出壓縮前置時間所對應的訂購量與訂購次數。

表 6　β=0.5 與訂購量區間 [427,1357] 之結果彙總 (L_i 以每週表示)

i	L_i	FC	$B(r)$	Q_i	$\frac{D}{Q_i}$	$EAC(Q_i,L_i)$
0	8	0	2.1818	1,168	5.14	83,711.37
1	6	18.2	1.8895	1,163	5.16	83,593.21
2	5	53.9	1.7249	1,167	5.14	83,651.42
3	**3**	**60.9**	**1.3361**	**1,156**	**5.19**	**83,445.02**

由表 6 得知，當欠撥比例 β = 0.5 與訂購量區間為 [427,1357] 時，最佳解為 Q = 1,156，每年訂購次數為 5.19 次，前置時間為 3 週，全年期望總攸關成本為 $83,445.02。由此範例可知，透過 Pan et al. (2002) 所計算出的每年訂購次數並非整數，與真實世界不符，所以本文運用此範例以訂購次數 $\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil$ 重新彙總結果如表 7 所示。

臺灣大學學術期刊資料庫

表 7 β=0.5 及 $\left\lceil \frac{D}{Q_i} \right\rceil$ 表達訂購批次結果彙總 (L_i 以每週表示)

i	L_i	FCC	$B(r)$	Q_i	$\left\lceil \frac{D}{Q_i} \right\rceil$	$EAC(Q_i, L_i)$
0	8	0	2.1818	1,168	6.00	85,672.76
1	6	18.2	1.8895	1,163	6.00	85,488.99
2	5	53.9	1.7249	1,167	6.00	85,600.05
3	**3**	**60.9**	**1.3361**	**1,156**	**6.00**	**85,248.94**

由表 7 中得知，若以 $\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil$ 來重新計算訂購次數，則此範例之最佳存貨政策應為前置時間 3 週，全年訂購商品 6 次，每次訂購 1,156 單位，因而全年期望總攸關成本最小值為 $85, 248.94。但實務上，企業在規劃全年訂購次數時，通常會以 $\left(\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor\right)$ 的整數為訂購次數，所以若進一步地同時考慮 $\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil$ 與 $\left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor$，將獲得比表 7 更好的結果如表 8 所示。

表 8 β = 0.5 及 $\left(\left\lceil \frac{D}{Q_i} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q_i} \right\rfloor\right)$ 表達訂購批次結果彙總 (L_i以每週表示)

i	L_i	$R(L_i)$	$B(r)$	Q_i	$\left(\left\lceil \frac{D}{Q_i} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q_i} \right\rfloor\right)$	Q_i^*	$EAC(Q_i, L_i)$
0	8	0	2.1818	1,168	5.00	1,200	83,720.04
1	6	18.2	1.8895	1,163	5.00	1,200	83,604.60
2	5	53.9	1.7249	1,167	5.00	1,200	83,660.54
3	**3**	**60.9**	**1.3361**	**1,156**	**5.00**	**1,200**	**83,461.02**

從表 8 中，可得知 Pan et al. (2002) 的模型僅能求得區域解，而非如表 8 中的最佳解：前置時間 3 週，每年訂購商品 5 次，每次訂購 1,200 單位及全年總期望攸關成本 $83,461.02，比表 7 少 $1,787.92，且此差距可能隨全年需求量或每次訂購成本增加而變大。由此例得知在短期間，訂購成本高的例子中，求得整體訂購量與訂購次數之最佳解是很重要的工作。綜合上述，Pan et al. (2002) 模型面臨訂購次數整數化及數量折扣的問題時，須透過多階段的求解步驟，且若在此模型中依照真實環境加入限制式 (如倉儲空間或採購預算等限制式)，將須更多額外的運算式，計算過程也將更為複

雜。

(二) 範例二－模型一之應用

為了說明本文所提之模型一的計算過程，將以範例一為例來重新求解。在求解範例二前，首先需決定出變數 L 與 $\ln L$、$\ln z$ 與 z 以及 L 與 $R_{qj}(L)$ 之截切點 (Break Points)，依據 Chang (2002b) 所提之方法我們選取的截切點如表 9 所示。

表 9 截切點

參數	截切點
L 與 $\ln L$	3, 4, 5, 6, 7, 8
$\ln z$ 與 z	54931, 0.69315, 0.80648, 0.89609, 0.97456, 1.03972
L 與 $R_{q1}(L)$、L 與 $R_{q2}(L)$	3, 4, 6, 8
L 與 $R_{q3}(L)$	3, 5, 6, 8
L 與 $R_{q4}(L)$	3, 5, 7, 8

根據命題一到命題五及所選之截切點，此範例可以完整的線性化，其模式詳見附錄一。透過一般商用運算軟體 LINGO 6.0 [AK8] 求解模型一，可求得近似全域最佳解為 $Q=1{,}200 \in [426,1357]$ ，$x=5$ ，$L=3$ 及全年期望總攸關成本最小值為 $83,461.02。

透過範例二可知，Pan et al. (2002) 欲解決訂購次數整數化及數量折扣問題時，可能必須先計算出每一採購單價範圍的最大及最小訂購量範圍，而後選取落在採購單價範圍內的數值以決定出最適訂購量區間，在最適訂購量區間中依照要素趕工順序求算出壓縮前置時間所對應的訂購量與訂購次數，再透過額外的運算式將訂購次數與訂購量予以整數化，最後再選取全年期望總攸關成本最小的最適訂購量，求算過程是如此繁雜及艱難；但可在範例二中發現本文所推導出的目標式和限制式不但可簡化傳統微積分方法求解過程的複雜性，還能運用一般商業軟體即可輕易地解出近似全域最佳解，不但如此，本文之模式還可以輕易的加入限制式，以符合更多的實際存貨管理問題。

此外，若本文所提之模型僅運用命題一及命題五建構模型而非完全線性化時，亦即所提之模型僅解決訂購次數整數化與訂購區間評選的問題時，也只需運用一完整步驟即可求解出可行的區域解，而無須額外的運算式，亦達到簡化 Pan et al. (2002) 模型及傳統模型之目的。

最後，本文為了證實模型一之實用性，將此範例一的全年需求量 D 及每次訂購成本分別更改為 18,000 單位與 200 元，再運用所提之模型算出最佳訂購策略為 $Q=585 \in [426,1357]$ ，$x=21$ 及全年期望總攸關成本最小值為 $198,094.02，由此可得知本

臺灣大學學術期刊資料庫

文所提之模型一，不論訂購量與訂購次數多寡及每次訂購成本大或小皆是適用的，且它還可以任意的加入限制式或改變參數。

參、模型建立二—單一商品與多個供應商存貨模型

據筆者所知，大部分存貨模型皆假設由單一供應商來補充貨源，但事實上，單一供應商有時無法立即補貨、滿足服務水準或因缺貨而使成本增加，因此企業需考慮採用多個供應商來源，藉由訂單的可分割性，將產品運送到達時間區隔開，以降低存貨持有成本與缺貨成本。因此，本文將延續模型一，更進一步探討單一商品面臨多個供應商的情況，並考慮倉儲空間受到資源限制的問題，建立本模型，我們將引用 Rosenblatt et al. (1998) 所提出之多個供應商模型，做為模型二之基礎。

一、假說及符號定義

除下列假設與符號定義外，模型二假設及符號定義皆與模型一相同。

(一) 假設

1. 買方為了與供應商建立良好的長期關係，與每家供應商訂有最低訂購量。
2. 每一個供應商各有其不同前置時間和數量折扣政策。
3. 買方的倉儲空間是有限的。
4. 向每一供應商訂購商品的時間點相互錯開。

(二) 符號定義

Q_i = 每次向供應商訂購商品的數量 (決策變數)

$\frac{D_i}{Q_i}$ = 向供應商訂購商品的次數 (變數)

$C(Q_i)$ = 供應商考慮數量折扣的每單位購買成本 (變數)

$R_q(L_i)$ = 供應商的趕工成本 (變數)

D_i = 全年對供應商的需求量 (參數)

s = 所有供應商數量 (參數)

$W_i = Q_i$ 的單位儲存空間 (參數)

W = 買方倉儲的最大容納空間 (參數)

$\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil$ = 大於或等於 $\frac{D_i}{Q_i}$ 的最小整數

$\left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor$ = 小於或等於 $\frac{D_i}{Q_i}$ 的最大整數

臺灣大學學術期刊資料庫

二、模型建立

假設共有 s 家供應商可提供同質商品的採購，i =1,...,s，此處的 i 代表供應商 i，而每家供應商均各自擁有不同的前置時間、數量折扣政策。因此，單一商品與多個供應商之全年期望總攸關成本如下所示：

$EAC\,(Q, L)$ = 訂購成本＋ 持有成本 ＋ 缺貨成本 ＋ 趕工成本＋購買成本

$$\sum_{i=1}^{S}\{\left(\left\lceil\frac{D_i}{Q_i}\right\rceil,\left\lfloor\frac{D_i}{Q_i}\right\rfloor\right)A+[\frac{Q_iD_i}{2D}+k\sigma\sqrt{L_i}+(1-\beta)B(r)]h\%C(Q_i)$$
$$+\left(\left\lceil\frac{D_i}{Q_i}\right\rceil,\left\lfloor\frac{D_i}{Q_i}\right\rfloor\right)[\pi+\pi_0(1-\beta)]\sigma\sqrt{L_i}\Psi(k) \qquad (24)$$
$$+\left(\left\lceil\frac{D_i}{Q_i}\right\rceil,\left\lfloor\frac{D_i}{Q_i}\right\rfloor\right)R_q(L_i)+D_iC(Q_i)\ \}$$

同樣地，式 (24) 中訂購次數整數化的問題可利用命題一的混合整數技術加以解決，缺貨成本 $B\,(r)$、趕工成本 $R_q\,(L_i)$ 及安全存量 $k\,\sigma\sqrt{L_i}$ 的非線性問題，可透過命題三與命題四中逐步線性化的方法加以解決，$C\,(Q_i)$ 和 $R_q\,(L_i)$ 的最適訂購區間亦可運用命題五予以處理，所以本文多個供應商存貨模型如下：

建立模型二

$$Min\quad EAC(Q,L)=\sum_{i=1}^{S}\{x_iA+h\%[\frac{Q_iD_i}{2D}+k\sigma\sqrt{L_i}$$
$$+(1-\beta)\sigma\sqrt{L_i}\Psi(k)][\textstyle\sum_j C_j(Q_i)\prod_{k=1}^{m}(x_k(B)(1-2y_k)+y_k)]$$
$$+x_i[\pi+\pi_0(1-\beta)]\sigma\sqrt{L_i}\Psi(k)+x_iR_q(L_i)++D_iC(Q_i)\}$$

subject to

$$\sum_{i=1}^{S}D_i\ge D \qquad (25)$$

$$\sum_{i=1}^{S}w_iQ_i+k\sigma\sqrt{L_i}+(1-\beta)\sigma\sqrt{L_i}\Psi(k)\le W \qquad (26)$$

$$Q_i\ge Lb_i \qquad (27)$$

同 (4) 至 (6) (28)

同 (18) 至 (20) (29)

$$B(r)=\sigma\Psi(k)z_i \qquad (30)$$

$$R_{qj}(L_i)=a_0+s_1(L_i-a_1)+\sum_{k=2}^{m-1}\frac{s_j-s_{j-1}}{2}(\left|L_i-a_j\right|+L_i-a_j) \qquad (31)$$

同 (7) 至 (8) (32)

臺灣大學學術期刊資料庫

其中 $R_{qj}(L_i)$ 為供應商 i 第 j 訂購區間的趕工成本函數，(25) 式在確保 D_i 之彙總符合全年總需求量，(26) 式表示有足夠的倉儲空間，(27) 式則保證滿足供應商的最低訂購量要求，而 (28) 式確保訂購次數 $\left(\left\lceil \frac{D_i}{Q_i} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D_i}{Q_i} \right\rfloor\right)$ 為真，(29) 式為前置時間 $\sqrt{L_i}$ 的線性化表示，(30) 式則為缺貨時對供應商 i 的缺貨數量，而趕工成本 $R_{qj}(L_i)$ 則以 (31) 式來表示，(32) 式則確保 $R_q(L_i)$ 與 $C(Q_i)$ 相對訂購量 Q_i 有一精確值。

三、 範例三－單一商品與多個供應商實例

假設某一大型廠商向三家供應商要求提供同質商品，每家供應商有其前置時間和數量折扣政策。為了與各個供應商建立長期關係，大型廠商與每一供應商均訂有最低訂購量。其每年需求量為 1,500，倉儲的最大容納空間為 1,000 立方尺，除表 10 和表 11 資料外，其餘變數數值皆與之前的例子相同。

表 10 供應商的數量折扣策略、每單位倉儲空間及每次最低訂購量

參數 / 供應商	數量折扣政策	單位購買成本	每單位商品的倉儲空間	每次最低訂購量
供應商 1	1-99	11.25	2.00	50
	100-199	10.50		
	200-299	10.25		
	300+	10.00		
供應商 2	1-99	11.00	1.75	50
	100-249	10.40		
	250-399	10.10		
	400+	10.00		
供應商 3	1-149	11.20	2.00	30
	105-249	10.60		
	250-399	10.20		
	400+	10.00		

臺灣大學學術期刊資料庫

表11 三個供應商的前置時間資料

參數 / 供應商	前置時間要素	正常作業期間 (天)	最短作業時間 (天)	單位固定趕工成本 ($/天)	單位變動趕工成本率 ($/天)
供應商 1	1	20	6	0.50	0.0120
	2	20	6	1.30	0.0040
	3	16	9	5.10	0.0012
供應商 2	1	21	7	0.35	0.0150
	2	18	4	1.80	0.0060
	3	24	10	4.80	0.0020
供應商 3	1	20	6	0.70	0.0110
	2	20	6	1.18	0.0055
	3	16	9	4.50	0.0015

同樣地，在解決此範例存貨問題之前，需先決定各家供應商 L_i 與 $\ln L_i$、$\ln z_i$ 與 z_i 以及 L_i 與 $R_{qj}(L_i)$ 之截切點，各家供應商 L_i 和 $\ln L_i$ 及 $\ln z_i$ 和 z_i 的截切點均與範例二相同，而 L_i 與 $R_{qj}(L_i)$ 的截切點如表 12 所示。

表 12 L_i 與 $R_{qj}(L_i)$ 截切點

截切點	參數
L_1 和 $R_{q1}(L_1)$、L_3 和 $R_{q1}(L_3)$、L_1 和 $R_{q2}(L_1)$、L_3 和 $R_{q2}(L_3)$	3, 4, 6
L_1 和 $R_{q3}(L_1)$、L_3 和 $R_{q3}(L_3)$	3, 5, 6
L_1 和 $R_{q4}(L_1)$、L_3 和 $R_{q4}(L_3)$、L_2 和 $R_{q1}(L_2)$、L_2 和 $R_{q2}(L_2)$、L_2 和 $R_{q3}(L_2)$、L_2 和 $R_{q4}(L_2)$	3, 5, 7

依據命題一至命題五，本範例可完整的線性化，其模式詳見附錄二。本範例亦運用一般商用運算軟體 LINGO 6.0 求解，即可求出近似全域最佳解，Q_1、Q_2 和 Q_3 分別為 50、250 和 100，D_1、D_2 和 D_3 分別為 50、1,250 和 200，X_1、X_2 和 X_3 分別為 1、5 和 2，L_1、L_2 和 L_3 分別為 3、9 和 4，而全年期望總攸關成本為 20,238.76。由此範例可知，本文所提之模型由單一供應商放寬為多個供應商，皆僅需運用一般商用軟體即可輕易地求解出近似全域最佳解，並且再次證明本文所提的模型可以輕易地加入限制式，這些限制式在傳統方法中是不易被加入的。

臺灣大學學術期刊資料庫

肆、結論

事實上，多個供應商存貨模型在存貨系統的實務應用上相當的普遍，因為採購部門除了可透過大量訂購以取得數量折扣，及對前置時間的控制以減少安全存貨和缺貨的可能損失外，更可透過向多個供應商訂購以分散風險，因此本文架構了單一商品與多個供應商之存貨模型。此外，本文為了架構一較完整與實用性的模型，於模型中考慮了訂購成本、持有成本、趕工成本、缺貨成本及購買成本等實務的因素。另外，本文引用 Pan et al. (2002) 的模型，分別考慮單一供應商與多個供應商的數量折扣問題，並運用作業研究中的混合整數技術與逐步線性化方法來建構所提之模型，使得本文所提之模型簡化了以傳統多階段方法為基礎的求解過程，其可運用一般商業軟體求得近似全域最佳解；且還能依真實世界情況加入適切的限制式 (如倉儲空間，採購預算等限制式)，使其更貼近企業實際的需求。

臺灣大學學術期刊資料庫

參考文獻

Ben-Daya, M., & Raouf, A. 1994. Inventory models involving lead time as a decision variable. ***Journal of the Operational Research Society***, 45 (5): 579-582.

Benton, W. C., & Park, S. 1996. A classification of literature on determining the lot size under quantity discounts. ***European Journal of Operational Research***, 92 (2): 219-238.

Chang, C. T. 2000. An efficient linearization approach for mixed-integer problem. ***European Journal of Operational Research***, 123 (3): 652-659.

_____. 2002a. A modified goal programming model for piecewise linear functions. ***European Journal of Operational Research***, 139 (1): 62-67.

_____. 2002b. On the polynomial fractional programming problems. ***European Journal of Operational Research***, 143 (1): 42-52.

_____. 2005. A linearization approach for inventory models with variable lead time. ***International Journal of Production Economics***, 96 (2): 263-272.

_____. 2006. An acquisition policy for a single item multi-supplier system with real-world constraints. ***Applied Mathematical Modelling***, 30 (1): 1-9.

Chang, C. T., & Chang, S. C. 2001. On the inventory models with variable lead time and price-quantity discount. ***Journal of the Operational Research Society***, 52 (10): 1151-1158.

Chiang, C., & Benton, W. C. 1994. Sole sourcing versus dual sourcing under stochastic demands and lead times. ***Naval Research Logistics***, 41 (5): 609-624.

Guo, Y., & Ganeshan, R. 1995. Are more suppliers better ? ***Journal of the Operational Research Society***, 46 (7): 892-895.

Hayya, J. C., Chhsty, D. P., & Pan, A. 1987. Reducing inventory uncertainty: A reorder point system with tow vendors. ***Production and Inventory Management Journal***, 28 (2): 43-49.

Kelle, P., & Silver, E. A. 1990. Safety stock reduction by order splitting. ***Naval Research Logistics***, 37 (5): 725-743.

Lau, H. S., & Zhao, L. G. 1993. Optimal ordering policies with two suppliers when lead times and demands are all stochastic. ***European Journal of Operational Research***, 68 (1): l20-133.

Li, H. L., & Chang, C. T. 1998. An approximate approach of global optimization for polynomial programming problems. ***European Journal of Operational Research***, 107 (3): 625-632.

臺灣大學學術期刊資料庫

Liao, C. J., & Shyu, C. H. 1991. An analytical determination of lead time with normal demand. ***International Journal of Operations & Management***, 11 (9): 72-78.

Ouyang, L.Y., & Wu, K. S. 1998. A minimax distribution free procedure for mixed inventory model with variable lead time. ***International Journal of Production Economics***, 56-57: 511-516.

Ouyang, L. Y., Yeh, N. C., & Wu, K. S. 1996. Mixture inventory model with backorders and lost sales for variable lead time. ***Journal of the Operational Research Society***, 47 (6): 829-832.

Pan, J. C. H., & Hsiao, Y. C. 2001. Inventory models with back-order discounts and variable lead time. ***International Journal of Systems Science***, 32 (7): 925-929.

Pan, J. C. H., Hsiao, Y. C., & Lee, C. J. 2002. Inventory models with fixed and variable lead time crash costs considerations. ***Journal of the Operational Research Society***, 53 (9): 1048-1053.

Rabinowitz, G., Mehrez, A., Chu, C. W., & Patuwo, B. E. 1995. A partial backorder control for continuous review (r, Q) inventory system with poisson demand and constant lead time. ***Computers and Operations Research***, 22 (7): 689-700.

Ramasesh, R. V. 1990. Recating the traditional inventory model to implement just-in-time purchasing. ***Production and Inventory Management Journal***, 31 (1): 71-75.

Rosenberg, D. 1979. A new analysis of a lot-size model with partial backlogging. ***Naval Research Logistics Quarterl***, 26 (2): 349-353.

Rosenblatt, M. J., Herer, Y. T., & Hefter, I. 1998. Note an acquisition policy for a single item multi-supplier system. ***Management Science***, 44 (11): 96-100.

Sculli, D., & Shum, Y. W. 1990. Analysis of a continuous review stock-control model with multiple suppliers. ***Journal of the Operational Research Society***, 41 (9): 873-877.

Silver, E. A., & Peterson, R. 1985. ***Note an acquisition policy for a single item multi-supplier system***. New York, NY: Wiley.

Tersine, R. J. 1994. ***Principle of inventory and materials management***. New York, NY: North Holland.

Zhao, L. G., & Lau, H. S. 1992. Reducing inventory costs and choosing suppliers with order splitting. ***Journal of the Operation Research Society***, 43 (10): 1003-1008.

臺灣大學學術期刊資料庫

附錄一：範例二—限制式與逐步線性化過程

$$\begin{aligned}\text{Minimze } & 200x + 2[\frac{Q}{2} + 5.915z + 0.5B(r)][11.25\,y_1\,y_2 + 10.5(1-y_2)\,y_1 \\ & + 10.25(1-y_1)\,y_2 + 10(1-y_1)(1-y_2)] + 125x.B(r) + x[R_{q1}(L).\,y_3\,.\,y_4 \\ & + R_{q2}(L)(1-y_4)\,y_3 + Rq_3(L)(1-y_3)\,y_4 + R_{q4}(L)(1-y_3)(1-y_4)] \\ & + 600[11.25\,y_1\,.\,y_2 + 10.5(1-y_2)\,y_1 + 10.25(1-y_1)\,y_2 + 10(1-y_1)(1-y_2)]\end{aligned}$$

subject to

$$xQ \geq 600 \tag{33}$$

$$x = u_1 + 2u_2 + 4u_3 + 8u_4 \tag{34}$$

$$Q = v_1 + 2v_2 + 4v_3 + 8v_4 + 16v_5 + 32v_6 + 64v_7 + 128v_8 \tag{35}$$

$$\begin{aligned}z = {} & 1.73205 + 1.86283\ (\ln z - 0.54931) + 0.25488\ (|\ln z - 0.69315| \\ & + \ln z - 0.69315) + 0.22578(\ |\ln z - 0.80648\ | + \ln z - 0.80648) + \\ & 0.20525\ (|\ln z - 0.89609\ | + \ln z - 0.89609) + \\ & 0.18955(\ |\ln z - 0.97456\ | + \ln z - 0.97456)\end{aligned} \tag{36}$$

$$\ln z = 0.5 \ln L \tag{37}$$

$$\begin{aligned}\ln L = {} & 1.09861 + 0.28768(L-3) - 0.03227(|L-4| + L - 4) \\ & - 0.02042(|L-5| + L - 5) - 0.01409(|L-6| + L - 6) \\ & - 0.01031(|L-7| + L - 7)\end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned}R_{q1}(L) = {} & (60.9 + 0.2324Q) + (-35.7 - 0.0084Q)(L-3) \\ & + (13.3 - 0.0098Q)(|L-4| + L - 4) \\ & + (2.8 - 0.028Q)(|L-6| + L - 6)\end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned}R_{q2}(L) = {} & (60.9 + 0.2324Q) + (-35.7 - 0.0084Q)(L-3) \\ & + (16.1 - 0.0378Q)(|L-4| + L - 4) \\ & + (-2.8 + 0.028Q)(|L-6| + L - 6)\end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned}R_{q3}(L) = {} & (60.9 + 0.2324Q) + (-3.5 - 0.084Q)(L-3) \\ & + (-16.1 + 0.0378Q)(|L-5| + L - 5) \\ & + (13.3 - 0.0098Q)(|L-6| + L - 6)\end{aligned} \tag{41}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

$$R_{q4}(L) = (60.9 + 0.2324Q) + (-3.5 - 0.084Q)(L-3) + (-2.8 + 0.028Q)(|L-5| + L - 5) + (-13.3 + 0.0098Q)(|L-7| + L - 7) \quad (42)$$

$$B(r) = 0.7714z \quad (43)$$

同 (9)-(12) (44)

同 (13)-(16) (45)

(33) 至 (35) 式是確保訂購次數 ($\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor$) 為真，(36) 至 (42) 式是利用命題三與命題四所表示的線性化，(44) 至 (45) 式是確保 $C(Q)$ 和 $R_q(L)$ 於訂購量有一精確值。

附錄二：範例三—限制式與逐步線性化過程

Min

$$\begin{aligned}
&200x_1 + 2\left(\frac{Q_1 D_1}{3000} + 5.915z_1 + 0.5B(r)\right)[11.25y_1y_2 + 10.5(1-y_2)y_1 \\
&+ 10.25(1-y_1)y_2 + 10(1-y_1)(1-y_2)] + 125x_1.B(r) + x_1[R_{q1}(L_1).y_3.y_4 \\
&+ R_{q2}(L_1)(1-y_4)y_3 + R_{q3}(L_1)(1-y_3)y_4 + R_{q4}(L_1)(1-y_3)(1-y_4)] \\
&+ D_1[11.25y_1.y_2 + 10.5(1-y_2)y_1 + 10.25(1-y_1)y_2 + 10(1-y_1)(1-y_2)] \\
&+ 200x_2 + 2\left(\frac{Q_2 D_2}{3000} + 5.915z_2 + 0.5B(r)\right)[11y_5y_6 + 10.4(1-y_6)y_5 \\
&+ 10.1(1-y_5)y_6 + 10(1-y_5)(1-y_6)] + 125x_2.B(r) + x_2[R_{q1}(L_2).y_7.y_8 \\
&+ R_{q2}(L_2)(1-y_8)y_7 + R_{q3}(L_2)(1-y_7)y_8 + R_{q4}(L_2)(1-y_7)(1-y_8)] \\
&+ D_2[11y_5.y_6 + 10.4(1-y_6)y_5 + 10.1(1-y_5)y_6 + 10(1-y_5)(1-y_6)] \\
&+ 200x_3 + 2\left(\frac{Q_3 D_3}{3000} + 5.915z_3 + 0.5B(r)\right)[11.25y_9y_{10} + 10.5(1-y_{10})y_9 \\
&+ 10.25(1-y_9)y_{10} + 10(1-y_9)(1-y_{10})] + 125x_3.B(r) + x_3[R_{q1}(L_3).y_{11}.y_{12} \\
&+ R_{q2}(L_3)(1-y_{12})y_{11} + R_{q3}(L_3)(1-y_{11})y_{12} + R_{q4}(L_3)(1-y_{11})(1-y_{12})] \\
&+ D_3[11.25y_9.y_{10} + 10.5(1-y_{10})y_9 + 10.25(1-y_9)y_{10} + 10(1-y_9)(1-y_{10})]
\end{aligned}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

subject to

$$D_1 + D_2 + D_3 \geq 1500 \tag{46}$$

$$2Q_1 + 1.75Q_2 + 2Q_3 + 6.3007 z_1 + 6.3007 z_2 + 6.3007 z_3 \leq 1000 \tag{47}$$

同 (33) 至 (35) (48)

同 (36)-(38) (49)

$$B(r) = \sigma\Psi(k) z_i \tag{50}$$

同 (32)-(35) (51)

$$\begin{aligned} R_{q1}(L_2) &= (97.3 + 0.322Q_2) + (-33.6 - 0.014Q_2)(L_2 - 3) \\ &+ (10.5 - 0.014Q_2)(|L_2 - 5| + L_2 - 5) \\ &+ (5.075 - 0.0315Q_2)(|L_2 - 7| + L_2 - 7) \end{aligned} \tag{52}$$

$$\begin{aligned} R_{q2}(L_2) &= (97.3 + 0.322Q_2) + (-33.6 - 0.014Q_2)(L_2 - 3) \\ &+ (15.575 - 0.0455Q_2)(|L_2 - 5| + L_2 - 5) \\ &+ (-5.075 + 0.0315Q_2)(|L_2 - 7| + L_2 - 7) \end{aligned} \tag{53}$$

$$\begin{aligned} R_{q3}(L_2) &= (97.3 + 0.322Q_2) + (-2.45 - 0.0.105Q_2)(L_2 - 3) \\ &+ (-15.575 + 0.0455Q_2)(|L_2 - 5| + L_2 - 5) \\ &+ (10.5 - 0.014Q_2)(|L_2 - 7| + L_2 - 7) \end{aligned} \tag{54}$$

$$\begin{aligned} R_{q4}(L_2) &= (97.3 + 0.322Q_2) + (-2.45 - 0.0.105Q_2)(L_2 - 3) \\ &+ (-5.075 + 0.0315Q_2)(|L_2 - 5| + L_2 - 5) \\ &+ (-10.5 + 0.014Q_2)(|L_2 - 7| + L_2 - 7) \end{aligned} \tag{55}$$

$$\begin{aligned} R_{q1}(L_3) &= (57.82 + 0.2415Q_3) + (-31.5 - 0.0105Q_3)(L_3 - 3) \\ &+ (11.62 - 0.014Q_3)(|L_3 - 4| + L_3 - 4) \\ &+ (1.68 - 0.01925Q_3)(|L_3 - 6| + L_3 - 6) \end{aligned} \tag{56}$$

$$\begin{aligned} R_{q2}(L_3) &= (57.82 + 0.2415Q_3) + (-31.5 - 0.0105Q_3)(L_3 - 3) \\ &+ (13.3 - 0.03325Q_3)(|L_3 - 4| + L_3 - 4) \\ &+ (-1.68 + 0.01925Q_3)(|L_3 - 6| + L_3 - 6) \end{aligned} \tag{57}$$

$$\begin{aligned} R_{q3}(L_3) &= (57.82 + 0.2415Q_3) + (-4.9 - 0.077Q_3)(L_3 - 3) \\ &+ (-13.3 + 0.03325Q_3)(|L_3 - 5| + L_3 - 5) \\ &+ (11.62 - 0.014Q_3)(|L_3 - 6| + L_3 - 6) \end{aligned} \tag{58}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

$$R_{q4}(L_3) = (57.82 + 0.2415Q_3) + (-3.5 - 0.084Q_3)(L_3 - 3) + (-1.68 + 0.01925Q_3)(|L_3 - 5| + L_3 - 5) + (-11.62 + 0.014Q_3)(|L_3 - 7| + L_3 - 7) \quad (59)$$

同 (9) 至 (16) (60)

$y_5 . y_6 \le Q_2 \le 99 + (1 - y_5)M + (1 - y_6)M$ (61)

$100[y_5(1 - y_6)] \le Q_2 \le 249 + (1 - y_5)M + y_6 M$ (62)

$250[(1 - y_5)\, y_6] \le Q_2 \le 399 + y_5 M + (1 - y_6)M$ (63)

$400[(1 - y_5).(1 - y_6) \le Q_2 \le M + y_5 M + y_6 M$ (64)

$y_7 . y_8 \le Q_2 \le 161 + (1 - y_7)M + (1 - y_8)M$ (65)

$162[y_7(1 - y_8)] \le Q_2 \le 342 + (1 - y_7)M + y_8 M$ (66)

$343[(1 - y_7)\, y_8] \le Q_2 \le 750 + y_7 M + (1 - y_8)M$ (67)

$750[(1 - y_7).(1 - y_8) \le Q_2 \le M + y_7 M + y_8 M$ (68)

$y_9 . y_{10} \le Q_3 \le 149 + (1 - y_9)M + (1 - y_{10})M$ (69)

$150[y_9(1 - y_{10})] \le Q_3 \le 249 + (1 - y_9)M + y_{10} M$ (70)

$250[(1 - y_9)\, y_{10}] \le Q_3 \le 399 + y_9 M + (1 - y_{10})M$ (71)

$400[(1 - y_9).(1 - y_{10}) \le Q_3 \le M + y_9 M + y_{10} M$ (72)

$y_{11} . y_{12} \le Q_3 \le 87 + (1 - y_{11})M + (1 - y_{12})M$ (73)

$88[y_{11}(1 - y_{12})] \le Q_3 \le 400 + (1 - y_{11})M + y_{12} M$ (74)

$400[(1 - y_{11})\, y_{12}] \le Q_3 \le 830 + y_{11} M + (1 - y_{12})M$ (75)

$830[(1 - y_{11}).(1 - y_{12}) \le Q_3 \le M + y_{11} M + y_{12} M$ (76)

(46) 式乃確保 D_i 之彙總滿足全年總需求量，(47) 式保證有足夠的倉儲空間，而 (48) 式確保訂購次數 ($\left\lceil \frac{D_i}{Q_i} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D_i}{Q_i} \right\rfloor$) 為正整數變數，(49) 式是運用命題三與命題四予以線性化，R_{qj} (L_i) 則以 (51) 至 (59) 表示之， (60) 至 (76) 式則保證 R_q (L_i) 與 C (Q_i) 相對訂購量 Q_i 有一精確值。

臺灣大學學術期刊資料庫