臺大管理論叢 2005/12
第16卷第1期　67-92

最低收益保證對於國民年金基金之資產配置的影響：隨機線性規劃方法之應用

The Effects of Minimal Return Rate Guarantee on Asset Allocation of National Pension Fund : The Application of Linear Stochastic Programming

周國端／國立台灣大學財務金融學系副教授
David G. Jou, Associate Professor, Department and Graduate Institute of Finance, National Taiwan University

吳志遠／國立台灣大學財務金融學系博士
Chihyuan Wu, Doctoral, Student, Department and Graduate Institute of Finance, National Taiwan University

Received 2004/7, Final revision received 2004/12

摘要

行政院版之國民年金草案有二個特點，一是提供最低收益保證，二是個人、地方及中央政府之保險費分攤比例受到個人的所得狀態與健康狀態影響。本研究主要是討論最低收益保證對於國民年金基金之最適資產配置決策的影響。本文研究方法有二，第一，採用線性隨機規劃方法來描述資產配置最適化問題，並求得各期之資產配置金額的最佳解。第二，以 Copula 方法來描述所得狀態與健康狀態的相關性，建立國民年金基金之負債面現金流量模型。本研究發現，(1) 健康狀態與所得狀態之相關性，不影響整體現金流量金額；(2) 最低收益保證要求同時降低投資風險及預期投資績效；(3) 交易成本使得動態調整資產配置比例策略的投資報酬率不一定優於固定資產配置比例策略。

【關鍵字】退休金、隨機規劃、資產配置、保證、資產負債管理

Abstract

Two outstanding characteristics of the National Pension Program (NPP) proposed by the ROC Executive Yuan are: the minimum return rate guarantee and the differential premium shares in accordance to a person's income level and health conditions.This report focuses on assessing the effects of minimal return rate guarantee on NPP's optimum asset allocation decision. The research is conducted in two ways. First, the asset allocation decision process is examined through linear stochastic programming approach, under the assumptions of dynamic asset allocation capability, minimal return rate guarantee, and other investment constrains. The optimal solutions of the process can then be determined.Second, the Copula function approach is used to obtain the co-variations between income level and health conditions in order to establish the liability cash flow model for the National Pension Program.The result of our analytical exercises reveals that, (1) the correlation assumptions between income level and health conditions have on visible effect on total NPP cash flow; (2) the minimal return rate guarantee could decrease both the investment risk and expected return as well; (3) due to the existence of transaction costs, the dynamic asset allocation strategy does not always outperform the fixed-ratio asset allocation strategy.

【Keywords】pension, stochastic programming, asset allocation, guarantee, ALM

臺灣博碩士論文知識加值系統 期刊資料庫

壹、前言

國民年金制度的推行必須考慮其財務可行性，亦即如何維持可接受的失卻償付能力機率的前提下，追求最大的投資報酬率，以降低社會整體的國民年金支出成本。具體做法是在考慮負債面之現金流量特性與其他投資限制後，追求資產運用的效率性，此即資產負債管理問題。本文所稱國民年金制度係以行政院於 2002 年 6 月 (以下簡稱「國民年金 9106 版」) 送立法院審查的版本為背景，考慮資料限制後簡化而成。

國民年金 9106 版的特點在於同時考慮了被保險人的身心障礙狀態與家庭平均所得狀態而制定不同的繳費水準及給付內容，其結果使得國民年金在養老功能所涵蓋的跨代財富移轉與所得重分配之外，更加強了對身心障礙者的財富移轉效果，同時使得國民年金基金的現金流量特性更為複雜。

但是，國內欠缺對於身心障礙狀態與家庭平均所得狀態之間相關性的具體統計資料，其相關程度對於國民年金實施後的個人、中央政府及地方政府之財務負擔影響為何？同時，國民年金基金本身的現金流量特性在欠缺上述具體資料之下應如何估算？本研究採用 Copula 方法來整合個別統計的健康狀態資料以及所得狀態資料，使得在國民年金實施後的各項現金流量評估可以同時考慮身心障礙狀態與家庭平均所得狀態的影響。

另一方面，我國主要退休制度多有保證最低收益之條款，如如公務人員退休撫卹基金管理條例 (1994 年 12 月 28 日) 第五條、勞動基準法 (2002 年 12 月 25 日) 第五十八條、勞工退休基金收支保管及運用辦法 (2003 年 12 月 10 日) 第十一條、勞工退休金條例 (2004 年 6 月 11 日立法院三讀通過) 第二十三條等，未來在國民年金基金的投資要求上顯然將會比照處理。

因此，國民年金基金之投資目標必須在考慮保證收益率之下，追求期末資產規模最大，對於資產配置決策顯然會產生影響。

本文之研究重點有兩個方面，第一，建立負債面之現金流量模型。在於將原本分別統計的所得之健康狀態分配及所得狀態分配之統計資料，整合成為具有相關性之人口結構資訊，以了解兩者相關性對於國民年金 9106 版實施後對於個人、中央政府及地方政府之財務負擔影響，以及估計其未來的現金流量特性。第二，是建立資產負債管理模型，我們採用線性隨機規劃 (Linear Stochastic Programming) 方法，發展國民年金基金之資產負債管理模型，並討論最低收益保證對其最適資產配置的影響。

本文之構成如下，第二節為文獻回顧，我們將著重於探討隨機規劃方法中關於情境樹的建立方式。第三節為採用隨機線性規劃方法所建立的資產負債管理模型，我們將考慮交易成本及最低收益保證要求。第四節為國民年金基金之負債面現金流量的估計。第五節將討論情境樹的建立以及其他參數設定，第六節則為計算結果的介紹及探討，第七節則為結論與後續研究建議。

臺灣大學學術期刊資料庫

貳、文獻回顧

台灣的公營退休基金，諸如軍公教人員退撫基金、勞退基金及勞保基金等，在其內部投資管理規定中多要求資金管理人必須達成投資收益保證，以及對各類型投資工具的投資上下限。另一方面，近年來保險公司及投資銀行也均發展具有投資收益保證之金融商品，以滿足消費者的需求。因此，一個良好的資產負債管理模型，應該能夠在考慮各類型資產的投資上下限，負債面之現金流量要求、金融監理機關或內部管理的償付能力要求等投資限制之下，協助決策者決定最適之動態資產配置策略。

在保證收益相關研究，如 Pennacchi (1999) 與 Turner (2001) 均以選擇權理論為方法研究保證收益的期初成本，並未討論其對資產配置的影響。國內文獻如吳嘉慶 (1998)、符寶玲 (1999) 等，則多主張修改最低收益保證之規定，但並無討論投資收益保證對於最適資產配置的影響。

在資產配置研究方面，實務界最常用的 Mean-Variance Method，係肇始 Markowitz (1952)。但是 MV 方法存在一些實務應用的限制，例如要求隨機變數必須是對稱型的機率分配，或是投資人的效用函數為二次函數。此外，MV 方法不易延伸為多期模式，且可能存在多個最適解，或是最適解對於輸入資訊的變化相當敏感等等。Mulvey 與 Valdimirou (1992), Perold (1984), Konno 與 Yamazaki (1991), Elton 與 Gruber (1995), Konno 與 Wijayanayake (1999) 等，均對此類缺點進行過研究。上述缺點使得 MV 方法不易於應用至多期動態策略及投資限制的資產負債管理問題。

1989 年 9 月，當時日本第二大產險公司 Yasuda Fire and Marine Insurance Co., Ltd.(Yasuda Kasai) 與 Frank Russell Company 合作，發展一套動態隨機資產配置模型 (dynamic stochastic asset allocation model)，簡稱為 R-Y 模型。Carino、Myers 與 Ziemba (1998)，Carino 與 Ziemba (1998) 以及 Carino、Ken、Myers、Stacy、Sylvanus、 Turner、Watanabe 與 Ziemba (1998) 對 R-Y 模型有詳盡的介紹，相關文章可說是隨機規劃方法應用在資產負債管理研究上的濫觴。

隨機規劃方法在應用上的重要關鍵在於建立資產報酬率的情境樹。主要的應用方法有兩種類型，一是採用統計方法的隨機抽樣法及變異數調整法，如 Carino, Myers 與 Ziemba (1998)，Kouwenberg (2001) 等，統計方法主要是要求情境述所呈現的資產報酬率特性滿足歷史資料的期望值、標準差及相關係數等，也有進一步要求吻合偏態係數與風態係數者。第二類型是採用經濟計量模型，如 VAR 模型及時間序列模型等，相關文獻包括 Dert (1998), Carino、Myers 與 Ziemba (1998), Consigli 與 Dempster (1998), Kouwenberg (2001) 等。

資產負債管理模型與資產配置模型之間的主要差異，在於資產負債管理模型考慮了負債面的現金流量特性。本研究關於負債面之現金流量推估部分，國民年金 9106 版的制度設計同時採用了所得狀態與健康狀態兩項因素，而國外的文獻研究顯

臺灣大學學術期刊資料庫

示收入水準與壽命具有相當高的相關性。此點引發本研究希望將所得狀態與健康狀態兩項因素考慮在負債面之現金流量推估上。

關於健康狀態對於壽命是否具有影響力，Breslow 與 Breslow (1993) 研究居住於美國 Alameda County 的 6928 個居民。該研究發現，健康狀態最差的人，其死亡率比健康狀態最好者高出 50%。同時，由正常變為失能的機率，健康狀態較差者 (3 of 7) 與健康狀態最好者 (7 of 7) 分別為 37.5% 及 7.8%。

Arber 與 Cooper (1999) 採用 British General Household Survey (GHS) 之 1992-1994 年資料發現女性的失能比例較高，但壽命高於男性。其它文獻也研究除了所得水準外，可能影響壽命的因素。如 Feinstein (1993), Rogers (1992), Menchik (1993) 等，其結論多傾向於所得水準是解釋壽命的主要因素。

然而上述研究多採用小型社區樣本，作為研究所得狀態與健康狀態之相關性，缺乏足夠的代表性。周國端 (2004) 研究所得狀態與健康狀態之相關性對於國民年金制度之財富重分配問題的影響，其中採用 Copula 函數整合各自獨立統計的所得狀態與健康狀態機率分配，提供欠缺相關性資料的處理方法。

綜合上述討論，我們認為一個實用的資產負債管理模型，必須具備彈性的問題描述能力，以及可行的最適化問題求解方法，因此我們採用隨機線性規劃方法作為建立資產負債管理問題之工具。在資產面，採用變異數調整法作為產生情境之方法並建立資產報酬率情境樹，藉以將隨機線性規劃問題轉換成相應之大型線性規劃問題方式後直接求解。在負債面，採用 Copula 函數作為估算依據年齡組、所得狀態、健康狀態區分之人口數以推估負債面之現金流量。

參、國民年金基金之資產負債管理模型

國民年金制度的目的是提供國人退休後基本的收入來源，因此國民年金基金在資產配置策略上必須考慮負債面在未來的退休給付需求。與多數退休制度相同，國民年金基金在設立初期，因退休人口遠低於繳費人口，在現金流量上會經歷長時間的現金淨流入期間，並累積大量資產。

因此，國民年金基金在現金淨流入期間的資產負債管理問題上，仍將傾向於要求必須滿足最低的獲利要求，如公務人員退休撫卹基金管理條例 (民國 1994 年 12 月 28 日) 第五條、勞動基準法 (2002 年 12 月 25 日) 第五十八條、勞工退休基金收支保管及運用辦法 (2003 年 12 月 10 日) 第十一條、勞工退休金條例 (2004 年 6 月 11 日立法院三讀通過) 第二十三條等，多以銀行二年期定存利率為最低獲利指標。

有鑑於此，我們將國民年金基金在現金淨流入期間的資產負債管理問題設定為在考慮最低獲利要求之下，最大化期末資產規模之期望值，我們同時考慮交易成本。

本研究採用隨機線性規劃方法以描述資產負債管理問題，主要原因有二點。第

臺灣大學學術期刊資料庫

一，隨機規劃方法提供具有彈性的問題描述能力，得以將國民年金基金所面臨之投資實務問題，如最低收益保證、交易成本、交易策略等，整合在同一個數學問題中，並求得最適解；第二，目前電腦運算能力已經足以處理隨機規劃方法所衍生的龐大運算量。因此本節將說明以隨機線性規劃方法為架構的資產負債管理最適化問題，包含其目標函數與限制式；第四節將介紹負債面的現金流量估計方法；第五節將探討資產面之報酬率情境樹的建立方式。表 1 是本節所使用的變數說明。

對於國民年金基金而言，其主要目標是在達到最低收益保證要求之下，最大化期末資產規模。因此我們可以設定其目標函數為式 (1)：

$$\min_{\substack{xh_{k,n^t},\ xb_{k,n^t},\ xs_{k,n^t} \\ k=1,2,\cdots,K \\ n^t=1,2,\cdots,N^t \\ t=0,1,2,\cdots,T}} \sum_{n^T=1}^{N_T} p\left(n^0,n^T\right)\cdot\left[-\sum_{k=1}^{K} xh_{k,h^T}\right] \tag{1}$$

接下來我們討論國民年金基金在未來各期的限制。首先是現金相等原則，即總買入金額 (支出) 扣除當期之總賣出金額 (收入)，即資產淨變化額加上交易成本，必須小於或等於負債面之淨現金流量，茲表示如式 (2)、(3)、(4) 及 (5)：

第 0 期：

$$\sum_{k=1}^{K}\left(1+cb_k\right)\cdot xb_{k,n^0} \le LNCF_{n^0} \tag{2}$$

$$xs_{k,n^0}=0 \ ，\ k=1,2,\cdots,K \tag{3}$$

第 1 至 T-1 期：

$$\sum_{k=1}^{K}\left[\left(1+cb_k\right)\cdot xb_{k,n^t}-\left(1-cs_k\right)\cdot xs_{k,n^t}\right]\le LNCF_{n^t}$$

$$，\ n^t=1,2,\cdots,N^t \ ，\ t=1,2,\cdots,T-1 \tag{4}$$

第二個限制是當期期初之資產持有金額，應當等於前期期初之資產持有金額加上買入金額減去賣出金額後，乘上當期實現之資產報酬率之值：

第 0 期：

$$xh_{k,n^0}=0 \ ，\ k=1,2,\cdots,K \tag{5}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

第t期：

$$-\left(xb_{k,f(n^t)}-xs_{k,f(n^t)}+xh_{k,f(n^t)}\right)\times\left(1+r_{k,n^t}\right)+xh_{k,n^t}\le 0$$

$$，\ k=1,2,\cdots,K\ ，\ n^t=1,2,\cdots,N^t\ ，\ t=1,2,\cdots,T \qquad (6)$$

第三個是投資限制。目前法令規劃並未對國民年金基金的資產配置比例做出上下限的規範，因此本研究僅限制其不可賣空，即資產持有金額不得為負值，茲表示如式 (7)：

$$-xh_{k,n^t}\le 0\ ，\ k=1,2,\cdots,K\ ，\ n^t=1,2,\cdots,N^t\ ，\ t=1,2,\cdots,T-1 \qquad (7)$$

第四個限制是買入與賣出金額均須大於等於 0，茲表示如式 (2-8) 及 (2-9)：

$$-xb_{k,n^t}\le 0\ ，\ k=1,2,\cdots,K\ ，\ n^t=1,2,\cdots,N^t\ ，\ t=1,2,\cdots,T-1 \qquad (8)$$

$$-xs_{k,n^t}\le 0\ ，\ k=1,2,\cdots,K\ ，\ n^t=1,2,\cdots,N^t\ ，\ t=1,2,\cdots,T-1 \qquad (9)$$

第五個限制是國民年金基金之資產規模必須每年均等於或高於法定的責任準備金要求，亦即：

$$-\sum_{k=1}^{K}xh_{k,n^t}\le -L_{n^t}\quad ，\ n^t=1,2,\cdots,N^t\ ，\ t=1,2,\cdots,T \qquad (10)$$

以上，即為本研究之國民年金基金之資產負債管理問題的模型設定。本研究欲比較投資限制的存在對於投資決策的影響，依據投資原則是否考慮最低獲利要求，分別設計不考慮最低獲利要求的模型一，以及考慮最低獲利要求的模型二。其中，模型二也可以衍生運用在其他具有最低獲利保證之金融商品的資產負債管理問題，如保本型基金、保險公司具有最低獲利保證之投資連結型商品或是分紅商品的資產負債管理模型。

在接下的第四節中，我們將討論如何建立在上述資產負債管理模型中所需要的負債面資料，包括 $LNCF_{n^t}$ 及 L_{n^t}。在第五節中，我們將討論隨機線性規劃問題所需之資產報酬率情境樹的建立方式。

肆、負債面參數之估計

推估國民年金 9106 版本之現金流量有二個主要問題必須克服。第一是身心障礙狀態與家庭平均所得狀態之公開資料不夠完整，我們在本節第一小節將介紹我們的資

臺灣大學學術期刊資料庫

料現制與使用的資料來源；其次，公開資料缺乏具代表性的健康狀態與所得狀態之相關性研究，我們在本節第二小節中，將說明如何採用 Copula 函數來解決此一問題。

本節以下內容分為三個小節，第一小節是介紹資料來源，第二小節介紹負債模型的建立，包括 Copula 方法在健康狀態與所得狀態之相關性的應用，及所參考之國民年金制度的內容，第三小節則是對國民年金基金的現金流量預估之相關假設。

一、資料來源

關於負債模型方面，主要是採用與人口統計變數相關的資訊，包括健康狀態分配、所得狀態分配、死亡率、人口推估等。

本研究之健康狀態分配資料是整理自行政院主計處於 2001 年 10 月所發行之「中華民國八十九年台閩地區戶口及住宅普查報告」的表三十及三十六的台閩地區人口之長期照護概況。該報告將國民之健康狀態依據需長期看護之程度分成五個等級，分別是不需長期看護、輕度照護、中度照護、重度照護、極重度照護等。

死亡率的部分是採用內政部統計處於 2003 年 2 月所發行的「中華民國九十年度台閩地區簡易生命表」。

所得狀態分配資料係參考周國端、李文朗與吳志遠 (2004) 整理自行政院主計處編印之「人力運用調查報告」，2001 年 5 月之資料。附錄表一為依據性別及五歲年齡組之受僱就業者每月所得分配的具體統計數據。該研究將受雇就業者之每月所得分成五個等級，依序為 50000 元以上 (等級1)、30000~49999 元 (等級 2)、10000~29999 元 (等級 3)、未滿 10000 元 (等級 4)、無收入 (等級 5)。

從表 2 觀察得知，男性之所得分佈大致上隨年齡增加而增加，但到了 45 至 49 歲以後的階段，低所得狀態的比例逐漸增加，主要是由於結構性失業與退休等因素所造成。而女性之所得分佈與男性大為不同。女性在低收入部分 (低於一萬元) 所佔比重一直相當高，而較高收入部分 (每月所得三萬元以上) 所佔比例一般均較男性為低。

在未來人口推計方面，我們採用經建會人力規劃處在 2002 年 7 月所公佈的「中華民國台灣地區民國九十一年至一百四十年人口推計」其中的中推計結果。根據該報告的分析指出，15 歲以下和 65 歲以上的扶養負擔人口與 15-64 歲之間的工作人口的比例 (稱為負擔指數)，將由民國 2002 年的 42% 下降至民國 2021 年的 46% 最低後，開始快速的上升，至民國 2051 年時將達到 75%。

二、建立負債之現金流量模型

本小節的目標是依據國民年金 9106 版為基礎，建立一個包含所得及健康狀態資訊之國民年金制度的負債面現金流量預估模型。但與國民年金 9106 版不同之處主要在於對於健康狀態與所得狀態定義上的差異，同時也進行部分的簡化。

臺灣大學學術期刊資料庫

本研究之負債模型採用 Copula 方法，將所得狀態與健康狀態之機率分配結合成為聯合機率分配。藉由相關係數的調整可以降低高所得者的死亡率，符合了一般文獻所觀察到高所得者通常活得比較長的現象。另一方面，也會增加低所得者者的死亡率以及較高的健康狀態不佳的機率，提高了低所得者在身心障礙津貼以及遺囑津貼方面的期望值。

上述做法，可以將人口結構依據年齡、性別、所得狀態及健康狀態區分成不同的子群體，進而推估國民年金之負債面現金流量。因此，國民年金之各項津貼及保險費分攤方式的改變，將可以藉由上述模型反應在負債面之各種現金流量之中。此一做法主要參考自周國端 (2004 年) 的研究。

在資料的選擇上，本研究的健康狀態係長期照護概況，而國民年金 9106 版則是身心障礙水準，由於目前尚未發現國內有依據年齡段、性別所做的各等級身心障礙者人數比例的統計資料，因此我們採用長期照護概況代替。

在所得方面，本研究採用受僱者每月主要薪資收入，而國民年金 9106 版則是以家庭平均每人收入為標準。我們目前並未蒐集到根據年齡、性別統計的家庭平均每人收入資料。因此，我們只能以受僱者每月主要薪資收入代替。

是故，從資料的選擇上來說，本研究之負債模型的現金流量之金額並不等同於國民年金 9106 版，但其特性仍接近於國民年金 9106 版之性質。

在負債模型的未來現金流量估計上，我們必須依序處理三個問題。第一個是未來人口的推估，本研究直接採用行政院經建會於 2002 年 6 月發表的「中華民國台灣地區民國九十一年至一百四十年人口推計」。

第二個問題是將各時點的人口結構依據配合本文之負債模型所需的所得狀態與健康狀態加以個別估計。第三個問題是實作本文之負債模型，我們採用 Matlab 程式語言為基礎，建立相關函數。

1、依據所得狀態及健康狀態區分之人口結構推估

由於所得狀態與健康狀態之相關性的統計資料相當稀少且不完整，在此限制之下，文獻上多採用將原本各自統計的機率分配資料，透過統計方法將之形成聯合機率分配，其中常用的方法為 Copula 函數。表 3 介紹本小節所使用的變數。

由於資料的限制，我們只能對 Copula 函數採取主觀的選擇上。本研究採用 Clayton (1978) 的 Copula 函數，其優點在於同時具有 Copula 函數與 Kendall 相關係數之方程式，便於計算，但缺點在於相關係數僅在 0 與 1 之間，但因一般研究均認為健康狀態與所得狀態呈現正相關，此一缺點可以被忽略。Clayton's Copula 函數之形式如下：

臺灣大學學術期刊資料庫

$$C(u_1,u_2;\alpha)=\left(u_1^{-\alpha}+u_2^{-\alpha}-1\right)^{-1/\alpha}\ ,\ \alpha\in(0,\infty)\ ,\ u_1,u_2\in[0,1] \tag{11}$$

其中，α 為相關程度參數，u_1 為變數 1 之累積機率分配，u_2 為變數 2 之累積機率分配，而 C (.) 則在給定相關程度參數為 α，變數1的累積機率為 u_1，變數 2 的累積機率為 u_2 時，其聯合累積機率分配。而 Clayton's copula 函數之 Kendall 相關係數 (tau) 介於 0 與 1 之間，定義如下：

$$\text{Kendall's tau：}\tau=\frac{\alpha}{\alpha+2} \tag{12}$$

我們可以重新調整上式，便於根據所需要的相關程度 τ，決定在 Clayton's copula 函數所需的 ：

$$\alpha=\frac{2\tau}{1-\tau} \tag{13}$$

在給定了特定人口之健康狀態累積分配機率以及所得狀態累積分配機率之後，該特定人口中，所得狀態為 i，健康狀態為 h 的人口比例可表示如下：

$$\begin{aligned}POP(i,h)&=\text{Prob}\left(I_{i-1}<x<I_i,H_{h-1}<y<H_h\right)\\&=F(I_i,H_h)-F(I_{i-1},H_h)-F(I_i,H_{h-1})+F(I_{i-1},H_{h-1})\\&=C(F_I(I_i),F_H(H_h);\alpha)-C(F_I(I_{i-1}),F_H(H_h);\alpha)\\&\quad-C(F_I(I_i),F_H(H_{h-1});\alpha)+C(F_I(I_{i-1}),F_H(H_{h-1});\alpha)\end{aligned} \tag{14}$$

透過對於 *POP (i,h)* 計算的過程，我們可以將之進一步衍生為計算特定年度的總體人口結構，亦即利用特定年度各年齡層的男性及女性的所得狀態分配、健康狀態分配、人口比例等，即可以計算特定年度的人口結構，依據性別、年齡、所得狀態及健康狀態分，即 *POP (gender,age,i,h)*，且

$$\sum_{gender=1}^{2}\sum_{age=1}^{Nage}\sum_{i=1}^{N_I}\sum_{h=1}^{N_H}POP(gender,age,i,h)=1$$

其中，*gender* 代表性別，1 為男性，2 為女性；*age* 代表所屬年齡層。

2、負債面之各項現金流量說明

本研究之負債模型係根據國民年金 9106 版所簡化而來，基本上可以分為三個部份介紹，一是費率基準及調整機制，二是給付項目與請領資格，三是其他相關設定。

臺灣大學學術典藏資料庫

以下我們逐一介紹：

(1)費率基準及調整機制

A. 保險費率：於施行第一年，為全額年金百分之十。自第二年起，當年滿六十五歲國民對年滿二十五歲至六十四歲國民之比值超過百分之二十時，每升高二個百分點，自動調高百分之零點五。

B. 全額年金：於施行第一年，為新臺幣 7500 元。第二年起，每年參考中央主計機關發布之消費者物價指數及實質薪資成長率各半計算調整之。但按消費者物價指數及實質薪資成長率各半計算後未達百分之五時，不予調整，併入次年通算辦理。

C. 保險費分攤方式：依被保險人之狀態決定個人、中央、地方之保險費分攤比例，被保險人如有符合二項及以上條件者，取對個人最有利之方式處理。表 4 為不同被保險人狀態之保險費分攤方式。

(2)給付項目與請領資格

A. 老年年金：

a. 保險年資未滿五年者，按每滿一年發給一個月全額年金，一次發給。

b. 保險年資滿五年者，依全額年金乘以保險年資除以全額年金所需保險年資所得數額，按月發給至死亡為止。但所得數額低於基本保障，且未領取相關社會保險老年給付或社會福利津貼者，按月發給基本保障至死亡為止。

c. 全額年金所需保險年資，為四十年。但本法施行時，年滿四十歲，未滿六十五歲者，其全額年金所需保險年資為二十五年；年滿二十六歲，未滿四十歲者，其全額年金所需保險年資為六十五歲減其於本法施行時之年齡。

d. 所得老人年金數額若低於老人福利津貼，則差額由中央補助，被保險人領取等同於老人福利津貼之金額。

B. 遺囑津貼：

a. 於領取老年年金給付期間 (六十五歲第一個月起至六十七歲第十二個月止之間)：一律發給五個月的全額年金

b. 於領取身心障礙年金給付期間：一律發給五個月的全額年金

c. 於繳費期間且正常者：如果繳費未滿兩年，一律發給十個月的全額年金金額；如果超過兩年，則每滿二年，加發一個月的全額年金金額。

C. 身心障礙年金

a. 於六十五歲前，若健康狀態為 4 者：每月發給全額年金的 20%

b. 於六十五歲前，若健康狀態為 5 者：每月發給全額年金的 40%

臺灣大學學術期刊資料庫

c. 於六十六歲起，若健康狀態為 4 及 5 者：每月發給全額年金的 40%

(3)其他

A. 老人年金之"基本保障"：係指老人福利津貼，現行為 3000 元。假設老人福利津貼隨全額年金等比例調整，亦即未來老人福利津貼均為同期全額年金之 40%。

根據上述對於負債模型之收支的討論，我們將負債模型之現金流量表示如表 5，單位為新台幣元，並以年為計算基礎。

則，

$$LNCF_{n'} = \sum_{gender=1}^{2} \sum_{age=1}^{N_{age}} \sum_{i=1}^{N_I} \sum_{h=1}^{N_H} LNCF(t, gender, age, i, h)$$

三、負債模型之現金流量推估結果

通過前面的討論，我們基本上具備了(1) 未來各年度的人口推估，(2) 按性別、年齡、所得狀態及健康狀態區分的人口結構，(3) 國民年金制度按性別、年齡、所得狀態及健康狀態區分的淨現金流量等資訊。但在進一步推估未來各年度之國民年金制度的現金流量之前，仍有下列假設：

(1) 假設國民年金制度於在 2004 年 1 月 1 日起開辦

國民年金制度中，關於老年年金之請領資格中，需確認其投保年資，故我們假設開辦年度為 2004 年 1 月 1 日。

(2) 關於按性別、年齡、所得狀態及健康狀態區分的人口結構部分假設不變

依據所得狀態及健康狀態區分人口結構的目的是因應各項津貼的請領資格。所得狀態分配比例受到有區分方式、物價水準、社會貧富差距等因素影響，遠超過本文的討論範圍，故本研究僅依目前之資料計算，並假設其維持不變。至於在健康狀態分配方面，其所受限制相似。

(3) 未來物價指數成長率與工資成長率之假設

在物價指數成長率方面，我們採用行政院主計處第三局之「整體統計資料庫」中之「27PC0：消費者物價基本分類指數-總指數---2001=100」之年資料，而工資成長率部分，我們則採用行政院主計處第三局之「整體統計資料庫」中之「13EAE$I01：受雇員工每人每月平均薪資-工業及服務業總計---NT$」，兩筆資料的期間均自 1980 年至 2002 年止，共 23 個樣本點。我們採用過去五年的平均物價指數成長率與工資成長率之作為依據。相關資料請參考附錄表 6。

(4) 國民年金 9106 版本並非全國人口均必須加入

國民年金 9106 版本在設計上不強制目前參加勞、農、軍、公等四項既有社會保險制度的被保險人必須參加，僅規定國民年金實施後，尚未參加現行四種社會保險者一律參加國民年金。

臺灣大學學術期刊資料庫

一般認為，目前在 25 歲以上但未參加四大保險的人口中，大多傾向於低所得者。惟我們目前尚無法由所蒐集之資料中，區分不同所得狀態與健康狀態中已參加勞、農、軍、公等社會保險之男女性別、年齡層等人口數資料，因此在國民年金 9106 版本的現金流量推估上，本文暫時不考慮目前參加勞、農、軍、公等四項既有社會保險制度的被保險人的影響，假設全體國民均參加國民年金制度，待未來有進一步資料時，再進行修改。

經由前述討論及相關假設，推估本研究之負債面現金流量，即自開辦日起三年之年度現金流量金額，列於附錄表 7。我們觀察到健康狀態與所得狀態之相關性假設，對於整體現金流量金額並沒有影響，但是對於個人、中央及地方的保費負擔總額有影響。此一現象是因為在我們的負債模型中雖然考慮了健康狀態與所得狀態的相關性，但是在「各所得狀態中之特定健康狀態的人口數加總」，仍然會相當於「總人口中特定健康狀態之人口數」。

由於所得狀態與健康狀態同時影響了個人、中央與地方的保費分攤比例，因此所得狀態與健康狀態的相關性，會影響個人、中央與地方的對於國民年金基金保費收入之貢獻比例。但另一方面，保險給付方面主要是受到健康狀態的影響，因此健康狀態與所得狀態的相關性並沒有影響保險給付的總金額。

伍、情境樹產生方式及其他參數設定

在隨機規劃問題當中是以情境樹作為描述未來不確定性的方式，其對於隨機規劃問題的最適解影響是顯著的，本篇採用共變異數調整方法以建立所需要的情境樹模型。

本研究之情境樹所涵蓋的資產項目包括二年期銀行定存、台灣股票以及美國股票三者。在資產報酬率指標的選擇上，二年期銀行定存報酬率部分，我們採用新報資料庫之「銀行存款二年期利率」。在台灣股票投資部分，我們採用以每一年最後一個交易日之台灣加權股價指數為基礎，計算當年度之台灣股票投資報酬率。在美國股票投資部分，我們採用每一年最後一個交易日的道瓊股價指數為基礎，並依據同期台幣對美元匯率換算為以台幣計價後，計算當年度以台幣計價之美國股票投資報酬率。相關統計數據請參考附錄表 8。

在資料期間的選擇上，我們採用 1976 至 2002 年之年資料。理由與可能的影響有下列幾點：

第一，為避免因為樣本期間過短，使得股票投資之報酬率可能侷限在股票市場的上升階段或是下降階段，而導致股票投資之報酬率傾向於正報酬或是負報酬，以充分涵蓋股票市場可能之不確定性因素。

第二，在利率方面，當樣本期間過短時，會造成利率變化相當不明顯，但優點

臺灣大學學術期刊資料庫

是可以捕捉到近期的利率平均水準。樣本期間增加可以捕捉到長期利率變化的現象，但其平均利率水準則可能偏離目前的利率水準。因此，本研究採取以 1976 至 2002 年之銀行存款利率之年資料計算其與其他資產報酬率的共變異數，而後在產生情境時降低其利率平均值的做法以克服樣本期間平均利率偏離近期市場利率的問題，具體做法上，我們採用 2001 年與 2002 年之利率平均值 2.135%，作為情境樹之利率情境平均值

第三，為了處理利率不得為負的特性，我們先將利率資料取對數之後得到的新數列，再計算其與台灣股票指數報酬率與道瓊股票指數報酬率的共變異數矩陣。在產生情境時，則先產生符合共變異數矩陣的數個情境值後，再將利率對數值的部分再取指數後使用，如此一來可以避免產生利率為負的情境值問題。

以上是本文對於產生各項資產報酬率情境的說明。而在情境樹的樹狀結構上，我們以「b(0)-b (1)-b(2)-b(3)-⋯-b(T-1)」來代表，舉例來說，1-4-6-8 代表共有 4 期，分別為第 0 期、第 1 期、第 2 期，及第 3 期。第 0 期節點的子節點數為 4 個，第一期節點的子節點數為 6 個，第二期節點的子節點數有 8 點等。

在子節點的選擇上，我們發現子節點數為 5 以上時，才能使得子節點的資產報酬率情境的統計性質與其歷史資料之統計性質相近，在此我們是指符合共變異數矩陣。當考慮峰態係數與偏態係數時，所需之子節點數必須提高。但是，子節點數增加也會造成「out of memory」的問題。我們曾考慮子節點數為 8 以上情境樹結構，但因其所產生的隨機線性規劃問題的記憶體要求高於我們之工作電腦 (註[1]) 的規格，產生運算速度相當慢，甚至出現「out of memory」的問題，因此沒有在本研究提供其結果。是故，本研究採用 1-6-6-6 作為情境樹的結構。

在交易成本部分，我們參考國內貨幣基金、國內股票基金及海外股票基金的手續費，買入成本為買入金額的千分之五，千分之十四，及千分之三十。同時，不考慮賣出成本。

陸、結果說明

本節探討在不同投資限制對於國民年金基金資產配置的影響，所採用的方法是給定相同計算基礎 (註[2]) 之 30 個情境樹之下，求解第三節之模型一與模型二的最適解，並比較其差異。我們分析此 30 個最適解的內容，作為比較在相同計算基礎之下所得的情境樹，對於隨機線性規劃問題之最適解的差異，並分析國民年金基金之資產配置行為與投資績效。

1 Pentium 4 2.6CG / 1GB RAM

2 係指樹狀結構、資料前置處理方式、情境產生方式等均相同

臺灣大學學術期刊資料庫

在本研究之資產負債管理問題的投資策略中，是允許在每一個時間點的節點上，都可以採用不同的買賣金額來調整其資產配置比例，同時為了取得各期持有金額的資訊，我們加了一個資產持有金額作為虛擬決策變數 (註[3])。資產項目種類個數、情境樹規模等因素，均使得隨機線性規劃問題的決策變數數量相當龐大，因此在分析方式上，我們採取間接指標以分析最適解所呈現的現象。

在相同計算基礎的不同情境樹，隨機線性規劃問題會產生各自的最適解。由於一個情境樹代表一個對於未來不確定性的抽樣，採用多個相同基礎的情境樹可以了解到最適解對於情境樹規模的敏感性。附錄表 9 為我們所提出的間接指標作為分析的依據。

附錄表 10 彙整了在情境樹結構為 1-6-6-6 的設定之下，本文資產負債管理模型所得之最適解的分析。其中，Rg 代表國民年金基金之最低獲利要求。模型一並無考慮，我們以 None 代表。而模型二所考慮的 Rg 則包括 0.00%、0.30%、0.50%、0.70%、1.00% 等五個，以了解 Rg 對於資產配置結果的影響。

我們從三個方向來解釋所得的結果，分別為資產配置行為、期末投資績效，以及運算相關數據。在資產配置行為上，我們主要參考 W0Mean(k)、W0Std(k)、MixSwitchMean、MixSwitchSTD 等指標，在期末投資績效部分，我們則參考 IRRMean、IRRStd 等指標。

在資產配置行為上，模型一在不考慮最低收益保證要求的情況之下，將資產配置集中於期望報酬最高的台灣股票基金上，符合理論上的預期。模型二的資產配置行為則明顯與 Rg 有關。當 Rg 由 0.00% 增加到 1.00% 的過程中，W0Mean(k) 由台灣二年期銀行定存移轉到美國股票投資基金，而台灣股票投資基金配置比例則維持在相對較低的水準，同時也隨 Rg 的增加而降低。

其次，W0Std(k) 是代表在相同計算基礎的不同情境樹，對於期初資產配置比例所產生的差異。我們觀察到隨著 Rg 的增加，三種資產的期初配置比例在相同計算基礎的不同情境樹所得結果的差異逐漸降低。

再從 MixSwitchMean 與 MixSwitchStd 來觀察決策期間資產配置比例變化的情況。我們觀察到隨著 Rg 的增加，期間內資產配置比例的變動幅度傾向於降低。

綜合上述與資產配置行為有關的指標表現來看，我們認為 Rg 的增加有下列的政策性涵義，(1)Rg 增加會促使決策者採用較為保守的資產配置策略，(2)Rg 的增加，會使得資產配置策略向期初固定資產配置比例策略接近。

接下來我們討論期末投資績效的部分，IRRMean 是代表多個情境樹之投資績效

3 虛擬決策變數的設立目的是攜帶隨機線性規劃問題在各期間所產生的資訊，由限制式控制其計算方式。

臺灣大學學術期刊資料庫

的平均值。隨著 Rg 的增加，IRRMean 呈現降低的趨勢，將 Rg 分別為 None 及 0.00% 兩個相比較，我們可以發現為了達到保本的最低要求，IRRMean 由 18.16% 降低為 8.89%。同樣的，隨著 Rg 的增加，IRRMean 再降低為 4.63%，此即為最低獲利要求所產生的投資績效損失。

我們觀察 IRRStd，這個指標是代表不同情境樹所得之 IRR 的差異幅度，我們發現相同計算基礎之不同情境樹所得的 IRR 並沒有太大的差異。

我們也發現，IRRMean 所呈現的投資報酬率，與 InvestBenchmark 的關係隨著 Rg 的改變也有所不同。在完全不考慮最低獲利要求的情況下，IRRMean 約略小於期初資產配置比例乘與各項資產之平均報酬率，因為是考慮了交易成本的關係。但考慮了最低收益保證要求的情況之下，我們發現隨著 Rg 的增加，IRRMean 先呈現低於 InvestBenchmark，而後高於 InvestBenchmark 的現象。

我們認為，由於本研究允許未來任一個節點均可以調整資產配置的比例，因此它產生了二個影響，第一，期初資產配置比例不能完全代表各期節點的資產配置比例。第二，頻繁的交易會增加交易成本而降低實現的投資績效。我們觀察 Rg=0.0%及 Rg=0.3%，其 MixSwitchMean 與 MixSwitchStd 較高，意味著計劃期間內的資產配置比例變化相對高，且其資產配置著重在較高交易成本的美國股票投資基金，致使其績效表現低於不考慮交易成本的 InvestBenchmark。在 Rg=0.7% 及 Rg=1.0% 的兩個情況之下，其 MixSwitchMean 與 MixSwitchStd 較低，意味著未來各期的資產配置比例變化相對小，且其資產配置著重在交易成本較低的國內貨幣市場基金及台灣股票投資基金，使交易成本對於投資績效的負面效果降低，另一方面在計劃期間內僅適度的調整其資產配置比例，最後使全期的績效表現能夠高於不考慮交易成本與各期資產配置調整能力的 InvestBenchmark。

上述現象的政策涵義為，動態調整資產配置比例若能夠適度的避免交易成本侵蝕投資利潤，同時又能因應對未來的資產報酬率的預期調整資產配置比例，將有機會獲得較固定資產配置比例策略為良好的投資績效。

我們研究後發現，由於本研究之資產負債管理問題允許在未來每一個節點均進行資產配置的調整，因此在當預期未來某資產項目的平均表現最佳時，亦即該節點的報酬率出象值相對較有利的情形，其資產配置將傾向於接受較高風險的投資，因此也使得所呈現之 IRR 略高。

綜合上述與投資績效有關的指標來看，我們認為透過最低獲利要求，將降低國民年金基金的投資風險，但是最低獲利要求也可能造成投資績效偏低的問題。

柒、結論與後續研究建議

本篇主要的貢獻有二，第一，是建立一個融合所得狀態與健康狀態的相關性資

臺灣大學學術期刊資料庫

訊，以推估國民年金實施後個人、中央政府與地方政府的財務負擔情況，以及對於國民年金基金未來之現金流量的預估。第二，是比較最低收益保證對於國民年金基金之資產配置決策的影響。

在保險費收入方面，我們觀察到健康狀態與所得狀態之相關性假設，會影響到個人、中央及地方個別的保費負擔總額，但是對於整體現金流量金額並沒有影響。原因在於「各所得狀態中之特定健康狀態的人口數加總」，仍然會相當於「總人口中特定健康狀態之人口數」，換言之，所得狀態與健康狀態影響的是個人、中央與地方的保費分攤比例，而非保費收入之現金流量金額。但是，未來當我們進一步考慮個人、中央與地方的延遲繳費問題對於資產配置課題的影響時，所得狀態與健康狀態之相關性就可能產生影響。

在保險給付方面，主要是受到健康狀態的影響，因此健康狀態與所得狀態的相關性並沒有影響保險給付的「總金額」。

在資產配置行為與投資績效來看，本研究所得結果可以衡量不同的最低收益保證要求對於投資績效的影響，同時也可以比較固定資產配置比例策略與各期調整資產配置比例策略兩者的投資績效差異。

資產配置行為上，我們觀察到採用最低收益保證可以降低國民年金的投資風險，但相對上也降低了國民年金基金之預期投資績效。

在投資績效方面，我們觀察到動態調整資產配置比例策略，必須在適度的避免交易成本侵蝕投資利潤，同時又能因應對未來的資產報酬率的預期調整資產配置比例，才有機會獲得較固定資產配置比例策略為良好的投資績效。且其應以固定收益且交易成本低的資產項目為主，適時提高在高風險但交易成本高的資產項目，方有機會創造較佳的投資績效。這種資產配置行為相當符合保險業，或是有保本需求的金融產品。

隨機規劃方法的最大優點是允許決策者以相當符合直覺的思考法是建立問題的數學形式，同時可以考慮在實務上相當重要的投資限制、負債面現金流量、交易成本等等限制，顯示出隨機規劃方法的彈性以及實用性。

但隨機線性規劃方法在應用上仍有其限制。首先是情境樹的結構與建立方式的選擇上相對主觀，此點在相關文獻研究中仍是一個待討論的領域。第二，隨機線性規劃方法對於限制式與目標函數都必須要求為線性形式，對於問題設計的彈性而言受到相當的限制。第三，情境樹規模隨著期數與子節點樹的增加而成指數性成長，進而快速提高對於電腦運算能力的要求，此點是發展企業應用需求的大型隨機規劃問題必須克服之處。

臺灣大學學術期刊資料庫

參考文獻

朱延明，1999，台灣退休基金國際資產配置程序之研究，國立臺灣大學財務金融研究所未出版之碩士論文。

吳嘉慶，1998，退休基金之資產配置，國立中山大學財務管理研究所未出版碩士論文。

周國端，2005，「我國國民年金制度之財富重分配效果分析」，臺大管理論叢，15 卷 2 期：頁 43-70。

周國端、李文朗、吳志遠，2004，「所得狀態之變動機率的估計：台灣經驗的解析」，管理與系統，11 卷 3 期：頁 279-292。

政府出版物：中華民國內政部統計處 (2003)：中華民國九十年度台閩地區簡易生命表，台北：內政部統計處。

政府出版物：中華民國行政院主計處 (2001)：中華民國八十九年台閩地區戶口及住宅普查報告，台北：行政院主計處。

政府出版物：中華民國行政院主計處，行政院經濟建設委員會 (2002)：中華民國九十一年台灣地區人力運用調查報告，台北：行政院主計處。

政府出版物：中華民國經濟建設委員會人力規劃處 (2002)：中華民國台灣地區民國九十一年至一百四十年人口推計，台北：行政院經建會。

符寶玲，1999，二版，退休基金制度與管理，台北，華泰書局。

陳火召良，2000，「勞工退休保證成本之估計-針對薪資相關、雇主提撥之確定給付退休金計劃」，證券市場發展季刊，12 卷 3 期：頁 141-162。

黃介良、李翎竹、陳秋蓉，2003，「投資收益保證制度之探討-以退撫基金為例」，證券市場發展季刊，15 卷 4 期：頁 37-68。

Arber, S., & Cooper, H. 1999. Gender difference in health in later life: The new paradox? ***Social Science & Medicine***, 48(1):61-76.

Breslow, L., & Breslow, N. 1993. Health practices and disability: Some evidence from alameda county. ***Preventive Medicine***, 22(1):86-95.

Carino, D. R., & Ziemba ,W. T.1998. Formulation of Russell-Yasuda Kasai financial planning model. ***Operations Research***, 46(4): 433-449.

Carino, D. R., Myers, D. H., & Ziemba, W. T. 1998. Concepts, technical issues, and uses of the Russell-Yasuda Kasai financial planning model. ***Operations Research***, 46(4): 450-462.

Carino, D. R., Kent, T., Myers, D. H., Stacy, C., Sylvanus, M., Turber, A. L., Watanabe, K., & Ziemba, W. T. 1998. The Russell-Yasuda Kasai model: An asset/liability model for a Japanese insurance company using multistage stochastic programming. In

臺灣大學學術期刊資料庫

Ziemba & Mulvey (Eds.), ***Worldwide asset and liability modeling***: 609-633. Cambridge University Press.

Chang, K.H., Chen, H. J., & Liu, C.Y. 2002. A stochastic programming model for portfolio selection. ***Journal of the Chinese Institute of Engineers***, 19(3): 31-40.

Consigli, G., & Dempster, M. A. H. 1998. The CALM stochastic programming model for dynamic asset-liability management. In Ziemba & Mulvey (Eds.), ***Worldwide asset and liability modeling***: 464-500. Cambridge University Press.

Dert, C. L. 1998. A dynamic model for asset liability management for defined bedefit pension funds. In Ziemba & Mulvey (Eds.), ***Worldwide asset and liability modeling***: 501-536. Cambridge University Press.

Elton, E., & Gruber, M. J. 1995. ***Modern portfolio theory and investment analysis.*** NY:John Wiley and Sons.

Feinstein, J. S. 1993. ***Elderly health, housing, and mobility***. NBER Working Paper no. 4572, National Bureau of Economic Research, Inc.

Konno, H., & Wijayanayake, A. 1999. Mean-absolute deviation portfolio optimization model under transaction costs. ***Journal of Operation Research Society of Japan***, 42(4): 422-435.

Konno, H., & Yamazaki, H. 1991. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. ***Management Science***, 37(5): 519-531.

Kouwenberg, R. 2001. Scenario generation and stochastic programming models for asset liability management. ***European Journal of Operational Research***, 134(2): 279-292

Markowitz, H. M. 1952. Portfolio selection. ***Journal of Finance***, 7(1): 77-91.

Menchik, P. 1993. Economic status as a determinant of mortality among nonwhite and white older males: Or, does poverty kill? ***Population Studies***, 47(3): 427-436

Mulvey, J. M., & Valdimirou, H. 1992. Stochastic network programming for financial planning problems. ***Management Science***, 38(11):1642-1664.

Pennacchi, G. G. 1999. The value of guarantees on pension fund returns. ***Journal of Risk and Insurance***, 66(2): 219-237.

Pennacchi, G. G., & Lewis, C. M.1994. The value of pension benefit guaranty corporation insurance. ***Journal of Money, Credit and Banking***, 26(3): 735-753.

Perold, A. F. 1984. Large-scale portfolio optimization. ***Management Science***, 30(10) : 1143-1160.

Rogers, R. G.. 1992. Living and dying in the U. S. A.: Sociodemographic determinants of death among blacks and whites. ***Demography***, 29(2): 287-303.

Turner, J. A. 2001. Rate of return guarantees for defined contribution plans. ***Benefit***

臺灣大學學術期刊資料庫

Quarterly, 17(1): 46-53

Ziemba, W.T., & Mulvey , J. M. (Ed.). 1998. ***Worldwide asset and liability modeling***. Cambridge University Press.

附錄

表1 國民年金基金之資產負債管理模型變數說明

變數	說明
t	時間點 t。 t=0為目前時點，t=T 為計劃期間之長度，第 t 期(period t)係指時間間隔為 $[t-1, t)$。在每個時間點 t，隨機變數之實現值出現，同時決策者可以做依據目前的狀態制定不同的決策。
n^t	時間點 t 之節點 每一個時間點有 N^t 個節點，$n^t = 1,2,3, ..., N^t$
$fn(n^t)$	時間點 t 節點 n^t 於時間點 $t-1$ 的父節點。
cs_k	第k種資產的賣出成本。$k = 1,2, ..., K$ 。
cb_k	第k種資產的買入成本。$k = 1,2, ..., K$ 。
xs_{k,n^t}	時間點 t 節點 n^t 之決策變數，為第 k 種資產於時間點 t 節點 n^t 的賣出金額。$k = 1,2, ..., K$。
xb_{k,n^t}	時間點 t 節點 n^t 之決策變數，為第 k 種資產於時間點 t 節點 n^t 的買入金額。k=1,2, ..., K。
xh_{k,n^t}	時間點 t 節點 n^t 之決策變數，為第 k 種資產於時間點 t 節點 n^t 的(期初)持有金額。k=1,2, ..., K 。 $xh_{k,n^0} = 0$ $xh_{k,n^t} = \left(xh_{k,f(n^t)} + xb_{k,f(n^t)} - xs_{k,f(n^t)}\right) \times \left(1 + r_{k,n^t}\right)$
r_{k,n^t}	時間點 t 節點 n^t 之第 k 種資產的報酬率實現值。$k = 1,2, ..., K$ 。
$p\left(n^t, n^\tau\right)$	由時間點 t 節點 n^t 至時間點 τ 節點 τ^τ 的機率。 $\sum_{n^t=1}^{N^t} p\left(n^t, n^\tau\right) = 1$ ，$\forall t = 1,2,\cdots,\tau-1$
$LNCF_{n^t}$	時間點 t 節點 n^t 國民年金基金之負債面淨現金流量，未考慮投資收益。
r_g	國民年金基金之每年最低獲利水準要求。
L_{n^t}	時間點 t 之節點 n^t 之考慮了最低收益保證後的最低資產規模要求。因此 $L_{n^0} = 0$ $L_{n^t} = \max\left[\left(L_{fn(n^t)} + LNCF_{fn(n^{t-1})}\right) \cdot \left(1 + r_g\right), 0\right], t = 1,2, ..., T$

臺灣大學學術期刊資料庫

表2 受雇就業者者每月主要工作之收入-按性別及五歲年齡組分(2002年5月)

男性　　單位：%

年齡\每月收入	50000 元以上	30000~49999 元	10000~29999 元	未滿10000 元	無收入
25~29 歲	4.602	36.770	43.547	3.714	11.368
30~34 歲	10.595	44.428	36.422	2.960	5.595
35~39 歲	18.167	43.708	30.654	2.503	4.968
40~44 歲	19.767	40.756	31.466	3.358	4.654
45~49 歲	20.206	34.650	33.184	4.935	7.024
50~54 歲	16.614	27.567	36.364	7.979	11.477
55~59 歲	11.173	18.268	34.639	12.923	22.997
60~64 歲	7.339	9.863	27.615	18.341	36.841
65~69 歲	2.583	6.708	23.795	21.744	45.170
70~74 歲	1.764	4.551	16.667	20.289	56.729
75~79 歲	0.786	4.160	10.134	18.902	66.018
80 歲及以上	1.452	1.226	6.056	16.796	74.469

女性

年齡\每月收入	50000 元以上	30000~49999 元	10000~29999 元	未滿10000 元	無收入
25~29 歲	1.386	13.704	43.145	4.551	37.214
30~34 歲	2.942	13.870	33.482	7.548	42.158
35~39 歲	3.488	12.361	33.354	8.831	41.966
40~44 歲	4.564	11.161	34.113	8.284	41.878
45~49 歲	4.401	9.048	29.505	9.819	47.227
50~54 歲	3.097	4.029	23.001	12.144	57.728
55~59 歲	2.026	3.126	15.603	13.389	65.856
60~64 歲	1.590	1.996	10.077	12.730	73.607
65~69 歲	0.691	1.151	5.394	12.330	80.435
70~74 歲	0.307	1.096	2.972	12.491	83.135
75~79 歲	0.188	0.992	2.203	9.625	86.992
80 歲及以上	0.362	0.246	1.380	6.044	91.969

資料來源：周國端、李文朗、吳志遠（2004）

臺灣大學學術期刊資料庫

表3 負債面參數之估計變數介紹

N_I	N_I為所得狀態分段點之個數。
N_H	N_I為健康狀態分段點之個數。
N_{age}	N_{age}為年齡組之分組個數。
I_i	所得狀態分段點。所得水準變數x $\in (I_{i-1}, I_i)$ ，則為所得狀態為i。 $I_0 = -\infty < I_1 < I_2 < \cdots < I_{N_I-1} < \infty = I_{N_I}$
H_h	健康狀態分段點。健康水準變數y $\in (H_{h-1}, H_h)$ ，則為健康狀態為h。 $H_0 = -\infty < H_1 < H_2 < \cdots < H_{N_H-1} < \infty = H_{N_H}$
X	所得水準變數
Y	健康水準變數
$F(i,h)$	給定一群體，其中所得狀態為i及以下，健康狀態為h及以下的人口比例 $F(i,h) = \text{Prob}(x < I_i, y < H_h)$
$F_H(H_h)$	健康狀態之邊際累積分配值，係結合上述健康狀態分配資料及死亡率資料所提供。 $F_H(H_h) = \text{Prob}(Y < H_h)$
$F_I(I_i)$	所得狀態之邊際累積分配值，係由上述所得狀態分配資料提供。 $F_I(I_i) = \text{Prob}(X < I_i)$
$POP(i,h)$	所得狀態為i，健康狀態為h之人口數佔總人口數的比例

表4 不同被保險人狀態之保險費分攤方

被保險人狀態 (所得、健康)	個人	中央	地方
(1,2,3=正常，1=正常)	80%	20%	0%
(4=低收1，1=正常)	60%	40%	0%
(5=低收2，1=正常)	0%	35%	65%
(不限，2=輕殘)	60%	20%	20%
(不限，3=中殘)	40%	60%	0%
(不限，4=重殘)	0%	100%	0%
(不限，5=極重殘)	0%	100%	0%

臺灣大學學術期刊資料庫

表5 負債模型之現金流量變數說明

$PSelf(t,gender,age,i,h)$：年度 t，性別為 gender，年齡為 age，所得狀態為 i，健康狀態為 h 者之被保險人的保險費支出
$PGov1(t,gender,age,i,h)$：年度 t，性別為 gender，年齡為 age，所得狀態為 i，健康狀態為 h 者之被保險人的中央政府負擔之保險費支出
$PGov2(t,gender,age,i,h)$：年度 t，性別為 gender，年齡為 age，所得狀態為 i，健康狀態為 h 者之被保險人的地方政府負擔之保險費支出金額
$CAnnuity(t,gender,age,i,h)$：年度 t，性別為 gender，年齡為 age，所得狀態為 i，健康狀態為 h 者之被保險人的老年年金金額
$CAnnuityGov(t,gender,age,i,h)$：年度 t，性別為 gender，年齡為 age，所得狀態為 i，健康狀態為 h 者之被保險人的政府補貼之老年年金金額
$CDeath(t,gender,age,i,h)$：年度 t，性別為 gender，年齡為 age，所得狀態為 i，健康狀態為 h 者之被保險人的身心障礙年金金額
$CDisable(t,gender,age,i,h)$：年度 t，性別為 gender，年齡為 age，所得狀態為 i，健康狀態為 h 者之被保險人的遺囑津貼金額
$LNCF(t,age,gender,i,h)$：年度 t，性別為 gender，年齡為 age，所得狀態為 i，健康狀態為 h 者之被保險人之淨現金流量(對國民年金而言) $LNCF(t,gender,age,i,h)$ $= PSelf(t,gender,age,i,h) + PGov1(t,gender,age,i,h) + PGov2(t,gender,age,i,h)$ $- CAnnuity(t,gender,age,i,h) + CAnnuityGov(t,gender,age,i,h)$ $- CDisable(t,gender,age,i,h) - CDeath(t,gender,age,i,h)$

臺灣大學學術期刊資料庫

表6 消費者物價指數及薪資成長率(1983-2002)

單位：%

西元	消費者物價指數成長率	薪資成長率
1983	1.3527	5.9988
1984	-0.0287	8.8881
1985	-0.1579	4.4811
1986	0.7045	5.6043
1987	0.5140	7.1714
1988	1.2784	9.6992
1989	4.4180	12.7328
1990	4.1236	13.3451
1991	3.6249	10.8492
1992	4.4691	8.5090
1993	2.9433	7.1065
1994	4.0977	5.7846
1995	3.6695	4.9041
1996	3.0784	4.7838
1997	0.8949	4.0589
1998	1.6914	3.2107
1999	0.1724	3.2139
2000	1.2554	2.6024
2001	-0.0100	1.4865
2002	-0.2000	0.6335
近五年(1998-2002 年)平均值	0.5818	2.2294
近十年(1993-2002 年)平均值	1.7593	3.7785
近十五年(1988-2002 年)平均值	2.3671	6.1947
近二十年(1983-2002 年)平均值	1.8946	6.2532

臺灣大學學術期刊資料庫

表7 國民年金現金流量預估(2004-2006)

單位：億元新台幣

西元	保費收入(個人)	保費收入(中央)	保費收入(地方)	老年年金	身心障礙年金	遺囑津貼	淨現金流量
2004	616.29	289.64	209.45	0.00	10.61	81.50	1023.28
2005	624.94	294.52	213.57	47.70	15.38	108.42	961.54
2006	633.28	299.60	218.10	98.16	15.79	111.59	925.44

表8 資產報酬率年資料之統計性質(1976-2002)

1、原始資料之統計性質

	rate2y	log(rate2y)	twstock	djstock
平均數	0.076854	-2.651548	0.186127	0.108043
中位數	0.076875	-2.565663	0.107834	0.143313
最大值	0.130000	-2.040221	1.616384	0.383317
最小值	0.018600	-3.984594	-0.491873	-0.172688
標準差	0.029105	0.456050	0.446670	0.153061
峰態係數	0.075212	-1.137377	1.430962	-0.195641
偏態係數	2.444583	4.492339	5.574448	1.989677

2、原始資料之共變異數矩陣

	rate2y	log(rate2y)	twstock	djstock
rate2y	0.000817	0.012230	-0.001250	0.000424
log(rate2y)	0.012230	0.200553	-0.007641	0.014763
twstock	-0.001250	-0.007641	0.192389	0.007673
djstock	0.000424	0.014763	0.007673	0.022591

其中，

rate2y ：銀行二年期定存年報酬率

log (rate2y) ：銀行二年期定存年報酬率取對數值

twstock ：台股指數年報酬率

djstock ：道瓊指數年報酬率 (經匯率換算為台幣計價)

臺灣大學學術期刊資料庫

表9 間接指標說明

指標代碼	說　明
W0Mean(k)	「期初資產配置比例之平均值」 1、在給定一個情境樹之下，我們可以得到隨機線性規劃問題的期初各節點的資產持有金額，進而計算其資產配置比例。 2、在相同計算基礎之下的多個情境樹，可以得到各隨機線性規劃問題的期初資產配置比例的平均值。 3、k代表資產項目，1代表台灣之二年期銀行存款，2代表台灣股票投資基金，3代表美國股票投資基金。
W0Std(k)	「期初資產配置比例之平均值」 1、說明同上，僅「期初資產配置比例的平均值」換成「期初資產配置比例的標準差」。
MixSwitchMean	「計劃期間內之資產配置改變幅度指標之平均值」 1、由於本研究之資產負債管理模型允許在未來各節點均可以調整其資產配置金額。為了衡量期初資產配置比例與計劃期間內之各期各節點的資產配置比例的關係，我們參考Kouwenberg (2001)設計此一指標。 2、「計劃期間內之資產配置改變幅度指標」的計算方式是將根據每一個節點的資產持有金額轉換成為資產配置比例，在計算每一個資產項目的資產配置比例與該資產項目的第0期資產配置比例的差異平方值，加總各節點各項資產項目之差異絕對值後除以(總節點數-1)與資產項目種類數目，得之。因此，給定一個情境樹之下的最適解，可以得到一個「計劃期間內之資產配置改變幅度指標」。 3、MixSwitchMean是計算相同基礎之不同情境樹下，所得之「資產配置改變幅度指標」的平均值。
MixSwitchStd	「資產配置改變幅度指標之標準差」 1、說明同MixSwitchMean，僅將第3點之「平均值」換成「標準差」
IRRMean	「內部報酬率平均值」 1、在給定一個情境樹之下，我們將各期之負債面淨現金流量(流出)及期末資產規模平均值(流入)視為一個投資計畫，計算其IRR。 2、在相同計算基礎之下的多個情境樹，可以得到IRR的平均值。
IRRStd	「內部報酬率標準差」 1、說明同上，僅「IRR的平均值」換成「IRR的標準差」
InvestBenchmark	「期初資產配置比例之投資績效」 1、以期初資產配置比例乘與各項資產的平均報酬率，但不考慮交易成本。本項指標作為投資績效的表現參考。

臺灣大學學術期刊資料庫

表10 資產負債管理問題之最適解

單位：%

指標 \ Rg	None	0.00%	0.30%	0.50%	0.70%	1.00%
W0Mean(1)	0.00	19.80	34.77	48.21	59.98	81.72
W0Std(1)	0.00	18.45	17.90	16.25	12.55	7.75
W0Mean(2)	100.00	14.64	11.20	9.34	7.44	3.81
W0Std(2)	0.00	7.73	6.68	5.92	4.42	2.17
W0Mean(3)	0.00	65.57	54.03	42.45	32.58	14.48
W0Std(3)	0.00	18.72	17.86	15.80	12.11	7.67
MixSwitchMean	0.00	16.31	13.53	11.08	9.26	6.87
MixSwitchStd	0.00	5.85	4.77	3.54	1.36	0.90
IRRMean	18.16	8.89	7.92	7.12	6.29	4.63
IRRStd	--	0.54	0.57	0.59	0.53	0.43
InvestBenchmark	18.61	10.20	8.62	7.29	6.10	3.91

Rg ：最低收益保證
W0Mean (k) ：期初資產配置比例之平均值
W0Std (k) ：期初資產配置比例之平均值
MixSwitchMean ：計劃期間內之資產配置改變幅度指標之平均值
MixSwitchStd ：資產配置改變幅度指標之標準差
IRRMean ：內部報酬率平均值
IRRStd ：內部報酬率標準差
InvestBenchmark ：期初資產配置比例之投資績效

臺灣大學學術期刊資料庫