地理學報　第五十一期：47-63 (2008)
JOURNAL OF GEOGRAPHICAL SCIENCE (51) : 47-63 (2008)

應用多元方格網模式比較坡度計算法差異之研究

Applying a Multifactor Gridded Network Model to Compare the Difference of Gradient Calculating Techniques

邱景升*

Ching-Sheng Chiu

Abstract

The grid is the basic unit for gradient estimation for both contour-line-base and DEM-base gradient calculating methods. To understand the impact of different gridded networks on computed gradient, the calculating stability and ratio of restricted development (RRD) of different gradient calculating techniques have been tested by the proposed multifactor gridded network model, which generates enormous types of gridded networks by altering grid size, origin shift, and axis rotation. Based on the test which utilizes a 1:1,000 scale topographic map, it is found that the gradient estimated by contour-line-intersection (8L), third-order infinite difference (3X) and weighting third-order infinite difference (3W) is affected by grid size, origin shift, and axis rotation. The percentage of higher gradient and RRD increase as the grid size decreased from 50m to 5m. The test results show that the 8L method has the best calculating stability and highest RRD. Owing to the high variance of gradient determined by altering the axis rotation, there are no obvious clues to conclude the difference among gradient calculating techniques on the RRD. Since the gradient is one of the most important evaluation criteria for hillside land development, it is strongly recommended that only the 8L is suggested to be listed as the candidate

* 逢甲大學都市計畫學系副教授

Associate Professor, Department of Urban Planning, Feng Chia University.

techniques for calculating gradient in compliance with the regulation of hillside land development, if the gradient is the only evaluation criterion and if the policy for hillside land development tends to deflate. It is also worth to note that the way for generating grid networks only allows by altering the origin shift and the grid size lower than 25m, if the development goal is set to increase the RRD.

Keywords: gridded network model, DEM, gradient/slope.

摘　要

不管是利用等高線或數值地型模型資料，坡度計算方法大多以方格作爲計算單元。爲探討不同方格劃分方式對坡度計算結果的影響，本研究提出多元方格網模式，藉由變動方格大小 (grid size)、原點位移 (origin shift) 及座標軸旋轉 (axis rotation) 來產生多種方格網，以探討不同變動因素對等高線方格交點法 (8L)、三次非加權法 (3X) 及三次加權法 (3W) 在坡度計算穩定度與限制開發比例 (ratio of restricted development, RRD) 的影響。經於比例尺 1:1,000 實測地形圖測試結果顯示，方格大小、原點位移及座標軸旋轉等三項因素，均會影響前述三種坡度計算方法的計算結果。不管是 8L、3X、或是 3W 法，當方格大小由 50m 遞減至 5m 時，較高坡度值的方格數逐漸變多，限制開發比例也隨之增加。就穩定度與限制開發比例而言，以 8L 法的穩定度最佳，限制開發比例也最高。由於變動座標軸旋轉因素所計算出的坡度值離散度過大，因此無明顯規則可推論各方法在計算限制開發比例上差異。坡度乃是評估坡地適不適合開發眾多因素中極重要的一項，然若僅依據坡度等級此項因素來判斷坡地適不適合開發，且審查的原則係希望盡量降低坡地可開發比例，則建議法規中僅納入 8L 法作爲坡度計算的方法，而 3X 法及 3W 法則不建議納入。其次，在方格網的劃分原則方面，建議於法規中僅允許變動原點位移，並且維持現行法規中方格大小必須小於 25m 此一規定來產生方格網，或是規定更小的方格，以提高限制開發比例。

關鍵字：方格網模式、數值高程模型、坡度

前　言

坡度 (gradient) 計算乃是眾多地形分析工作中最爲基礎的一項分析項目，亦是坡地開發實務作業中最爲重要的一項評估指標。國內《非都市土地開發審議作業規範》及《建築技術規則》即採用坡度來決定山坡地是否可以開發，並明定坡度 30% (含) 以上的山坡地禁止開發。學理上，坡度計算除非進行現場量測，否則不管是利用地形圖的等高線 (contours) 或是數值高程模型 (digital elevation model, DEM)，所得到的坡度計算結果都只是實際地形簡化後所得到地形模型的模擬結果。因此，高程模型的抽樣方式與坡度計算方法，乃是影響坡度計算結果最重要的二項因素。常見用來抽樣地表資料以產生地形模型的方式有三類：方格網 (gridded network)、不規則三角網 (triangulated irregular network, TIN)、等高線 (賴進貴與王慧勳，1996)。其中規則方格與不規則三角網乃是最常被用來作爲坡度計算時地表

取樣的基地分割單元。儘管依據後者所得到的坡度分析結果要比前者來得更接近實際地形 (Cromley, 1992)，由於後者所需處理資料量相對地比較多且計算過程複雜，因此關於坡地規劃、設計、開發及管理工作所涉及的坡度計算，實務上仍以方格網爲主。例如，行政院農業委員會水土保持局《山坡地範圍劃定及檢討變更作業要點》中即將 1:5,000 相片基本圖分割爲 80m 一格的方格來計算每一塊方格的平均坡度，並依據坡度分析結果來劃定山坡地範圍。又如內政部營建署《非都市土地開發審議作業規範》以及《建築技術規則》中亦明定，基地坡度圖的製作應以比例尺不小於 1:1,200 的實測地形圖爲基本圖，並於地形圖上繪製不得大於 25m 的方格網來計算坡度。

坡度計算的方法可以概分爲二類：其一爲「等高線基準法」，另一種爲「數值地形基準法」。前者藉由將地表劃分爲方格後，透過計算等高線與方格的交點數，或是量測方格內等高線總長度來計算坡度。後者則是藉由將地表劃分爲方格網或是不規則三角網後，再將數值高程模型中的離散高程點還原爲連續的地形表面來計算坡度。前者包含有四種方法：「等高線與方格交點法」、「等高線長度計測法」、「等高線間距法」及「等高線密度法」(鄭弘達，1989)。目前坡地開發領域相關文獻與法規大多採用前述第一種方法來計算坡度。「等高線與方格交點法」的公式如下：

$$gradient(\%) = \frac{n\pi\Delta h}{8L} \bullet 100\% \tag{1.1}$$

n=方格內等高線與方格線邊交叉點總數

Δh=等高線高差間距 (m)

L=方格邊長 (m)

π=圓周率

數值地形基準法則廣泛地被 CAD (例如 AutoCAD DCA) 與 GIS 軟體 (例如 ArcGIS) 所採用，其中以方格爲量測單元的方法包含有：最大坡降法、最大差異法、平均差異法、二次有限差異法、框架有限差異法、三次非加權法 (third-order finite difference) (簡稱 3X 法)、三次加權法 (weighting third-order finite difference) (簡稱 3W 法)、最小平方法求取迴歸平面法、迴歸曲面法、加權最小平方迴歸平面法、加權最小平方迴歸曲面法、部分四次方程法及快速傅立葉轉換法等 (蔡宗勳，1994)。在坡度的計算精確度方面，則以迴歸方法與三次加權法爲最高，三次非加權法次之 (Skidmore, 1989)。由於三次加權與非加權法計算容易，因此廣爲 GIS 軟體所採用 (黃誌川與徐美玲，2001)。三次非加權法 (式 1.2 及 1.3) 與三次加權法 (式 1.4 及 1.5) 計算圖 1 九宮格中方格 (i,j) 坡度的公式如下所示：

$$\partial z/\partial x = \frac{\left[(z_{i+1,j+1} - z_{i-1,j+1}) + (z_{i+1,j} - z_{i-1,j}) + (z_{i+1,j-1} - z_{i-1,j-1})\right]}{6L} \tag{1.2}$$

$$\partial z/\partial y = \frac{\left[(z_{i+1,j+1} - z_{i+1,j-1}) + (z_{i,j+1} - z_{i,j-1}) + (z_{i-1,j+1} - z_{i-1,j-1})\right]}{6L} \tag{1.3}$$

$$\partial z/\partial x = \frac{\left[(z_{i+1,j+1} - z_{i-1,j+1}) + 2(z_{i+1,j} - z_{i-1,j}) + (z_{i+1,j-1} - z_{i-1,j-1})\right]}{8L} \tag{1.4}$$

$$\partial z/\partial y = \frac{\left[(z_{i+1,j+1} - z_{i+1,j-1}) + 2(z_{i,j+1} - z_{i,j-1}) + (z_{i-1,j+1} - z_{i-1,j-1})\right]}{8L} \tag{1.5}$$

$$\text{gradient} = \sqrt{(\partial z/\partial x)^2 + (\partial z/\partial y)^2} \tag{1.6}$$

	i-1	*i*	*i+1*
j-1	*(i-1,j-1)*	*(i,j-1)*	*(i+1,j-1)*
j	*(i-1,j)*	*(i,j)*	*(i+1,j)*
j+1	*(i-1,j+1)*	*(i,j+1)*	*(i+1,j+1)*

圖 1 九宮格與三次非加權及三次加權法之關係圖

Fig. 1. The relationship between 3×3 grids and TOFD and WTOFD methods.

儘管前述這些坡度計算方法均以方格作爲坡度計算的單元，然而這些方法卻未對方格網劃分做任何的規範，並且不同的方格網劃分方式究竟對坡度計算結果有何影響在文獻上亦鮮少被探討。Gao (1997) 以比例尺 1:24,000、高差爲 20 英尺 (6.1m) 的數化等高線圖爲底圖，分別自山谷 (valley)、山頂 (peak) 及山脊 (ridge) 中取樣，利用克利金法 (Kriging) 來產生不同解析度的 DEM (10m 至 60m)，應用三次加權坡度計算法來探討不同等高線密度與 DEM 解析度在地形表現上的誤差度。該研究顯示，當方格越小時，擁有高坡度值的方格數明顯增加。有趣的是，同樣的結論是否適用在不同的比例尺與不同的坡度計算方法呢?余東穎 (2005) 藉由變動方格的位置與大小，比較「等高線與方格交點法」及「三次加權法」在坡度計算上的穩定性，結果顯示後者的穩定性要比前者佳。前二項研究均證實坡度計算結果會隨著不同的方格大小而有不同。

前述各種坡度計算方法在分割方格時均假設：方格網爲正方格，亦即 X 軸與 Y 軸分別爲水平 (角度爲 0 度) 與垂直 (角度爲 90 度)；方格的大小可變。儘管只使用一種方格網來計算每一個方格的平均坡度在實務上便已足夠使用，然而，理論上方格網的分割可以不是直角座標系，原點位移及方格大小等亦可以任意改變，以獲得更多樣的方格網分割方案，產生更多種的坡度分析結果。有趣的是，不同方格網分割方式究竟對坡度計算結果造成甚麼樣的影響？前述問題對於以方格網分割爲基礎的坡度分析而言，乃是非常值得進一步深入探討的。

爲此，本研究首先考量方格大小、原點位移及座標軸旋轉等三項因素，以建構一個多元方格網模式 (multifactor gridded network model, MGNM)。接著，藉由本研究所建立的方格網分割模式，以探討變動方格大小、原點位移及座標軸旋轉等三個因素對於「等高線與方格交點法 (8L)」、「三次非加權法 (3X)」及「三次加權法 (3W)」等三種坡度計算方法穩定度與限制開發比例的影響。本文後續安排如下：第二節探討如何建構一個多樣化的方格網分割模式；第三節探討如何衡量坡度計算方法的穩定度與限制開發比例；第四節應用比例尺 1:1,000 的實測地形圖來進行坡度計算，以分別探討前述三個因素對於坡度計算結果的影響；最後做成本研究的結論與建議。

多元方格網模式

考慮欲在一個 2D 空間建立方格網，則影響建立方格網結果的因素包含：方格網原點、方格大小及座標軸的角度。本研究同時考慮前述三個變數，將方格網的建立透過數學式來表示，以建立多元方格網模式。令 (O_x, O_y) 爲 2D 空間裡的任一點，若以該點爲原點，座標軸 X 軸的角度爲 0 度，且 Y 軸的角度爲 90 度，則每一個方格大小爲 r 的方格網 $G_{i,j}$，$i=1\ to\ m$，$j=1\ to\ n$，其各方格四個角的座標值，如圖 2 中的 I1 至 IV5 的點，可以由下式求得：

位於 X 軸的方格點 (如 I1, Ⅱ1) X 座標爲：$O_x + i \bullet r \bullet cos(0\pi \text{ or } \pi)$ (2.1)

位於 X 軸的方格點 (如 I1, Ⅱ1) Y 座標爲：$O_y + i \bullet r \bullet sin(0\pi \text{ or } \pi)$ (2.2)

位於 Y 軸的方格點 (如 I4, Ⅲ4) X 座標爲：$O_x + j \bullet r \bullet cos(\pi/2 \text{ or } 3\pi/2)$ (2.3)

位於 Y 軸的方格點 (如 I4, Ⅲ4) Y 座標爲：$O_y + j \bullet r \bullet sin(\pi/2 \text{ or } 3\pi/2)$ (2.4)

除了 (O_x, O_y) 及前述 X 與 Y 軸的方格點外，其他方格點的 X 與 Y 座標分別爲：

$$O_x + d_{ij} \bullet cos(\theta_{ij}) \quad (2.5)$$

$$O_y + d_{ij} \bullet sin(\theta_{ij}) \quad (2.6)$$

$$d_{ij} = \sqrt{(i \bullet r)^2 + (j \bullet r)^2} \quad (2.7)$$

$$\theta_{ij} = cos^{-1}((i \bullet r)/d_{ij}) \quad (2.8)$$

圖 2 中的 a1 即 $d_{1,1}$，a2 即 $d_{1,2}$，θ_{a1} 即 $\theta_{1,1}$，θ_{a2} 即 $\theta_{1,2}$，餘此類推。應用前述式 (2.1) 至 (2.8)，吾人可以在一個 2D 平面上，任意選取一個起點，將 2D 空間分割成大小爲 r 的方格網。令 $0 \le \varepsilon < r$，則吾人可以將式 (2.1) 至 (2.6) 分別加上前述的 ε 值，使得 $G_{i,j}$ 上的每一個方格從原點位移 ε 量，以產生不同原點的方格網。注意到當 ε 的值等於 r 時所產生的方格網，將與 $\varepsilon=0$ 時所產生的方格網每個邊均重疊，因此可以視爲二個相同的方格網。故 ε 值必須小於方格的邊長 r。

前述的方格網其座標系統的座標軸均假設爲水平與垂直，然而理論上方格網的座標軸可以不是水平與垂直的。故令 $0 \le \varphi < 2\pi$，則 $G_{i,j}$ 每一個方格大小爲 r 的方格網，該方格網原點位移 ε 量，且座標軸旋轉角度爲 φ，各個方格的座標可以由下式求得：

位於 X 軸的方格點 X 座標爲：$O_x + \varepsilon + i \bullet r \bullet cos(\varphi + (0\pi \text{ or } \pi))$ (2.9)

位於 X 軸的方格點 Y 座標爲：$O_y + \varepsilon + i \bullet r \bullet sin(\varphi + (0\pi \text{ or } \pi))$ (2.10)

位於 Y 軸的方格點 X 座標爲：$O_x + \varepsilon + j \bullet r \bullet cos(\varphi + (\pi/2 \text{ or } 3\pi/2))$ (2.11)

位於 Y 軸的方格點 Y 座標爲：$O_y + \varepsilon + j \bullet r \bullet sin(\varphi + (\pi/2 \text{ or } 3\pi/2))$ (2.12)

除了 (O_x, O_y) 及前述 X 與 Y 軸的方格點外，其他方格點的 X 與 Y 座標分別爲：

$$O_x + d_{ij} \bullet cos(\varphi + \theta_{ij}) \quad (2.13)$$

$$O_y + d_{ij} \bullet sin(\varphi + \theta_{ij}) \quad (2.14)$$

$$d_{ij} = \sqrt{(i \bullet r)^2 + (j \bullet r)^2} \quad (2.15)$$

$$\theta_{ij} = cos^{-1}((\mathrm{i} \bullet \mathrm{r}) / \mathrm{d}_{ij}) \tag{2.16}$$

透過式 (2.9) 至 (2.16)，吾人可以藉由變動其中的 r、ε、φ 等三個變數，達到產生不同方格大小、原點位移及座標軸旋轉角度的方格網。

令 C_k，$k = 1$ *to* n，代表一具有 n 條等高線的圖層。令涵蓋 C_k 的最小矩形框 (minimum bounding rectangle, MBR) 座標爲 (X_{min}, Y_{min}) 與 (X_{max}, Y_{max})。則吾人可以以 (X_{min}, Y_{min}) 爲原點，藉由前述多元方格網模式來建立各種方格網。然若以 MBR 的 (X_{min}, Y_{min}) 作爲產生方格網的原點，其結果將導致座標軸旋轉後所產生的方格網無法完全涵蓋原有等高線圖形的情況。爲此，須將座標軸的原點加以修正。

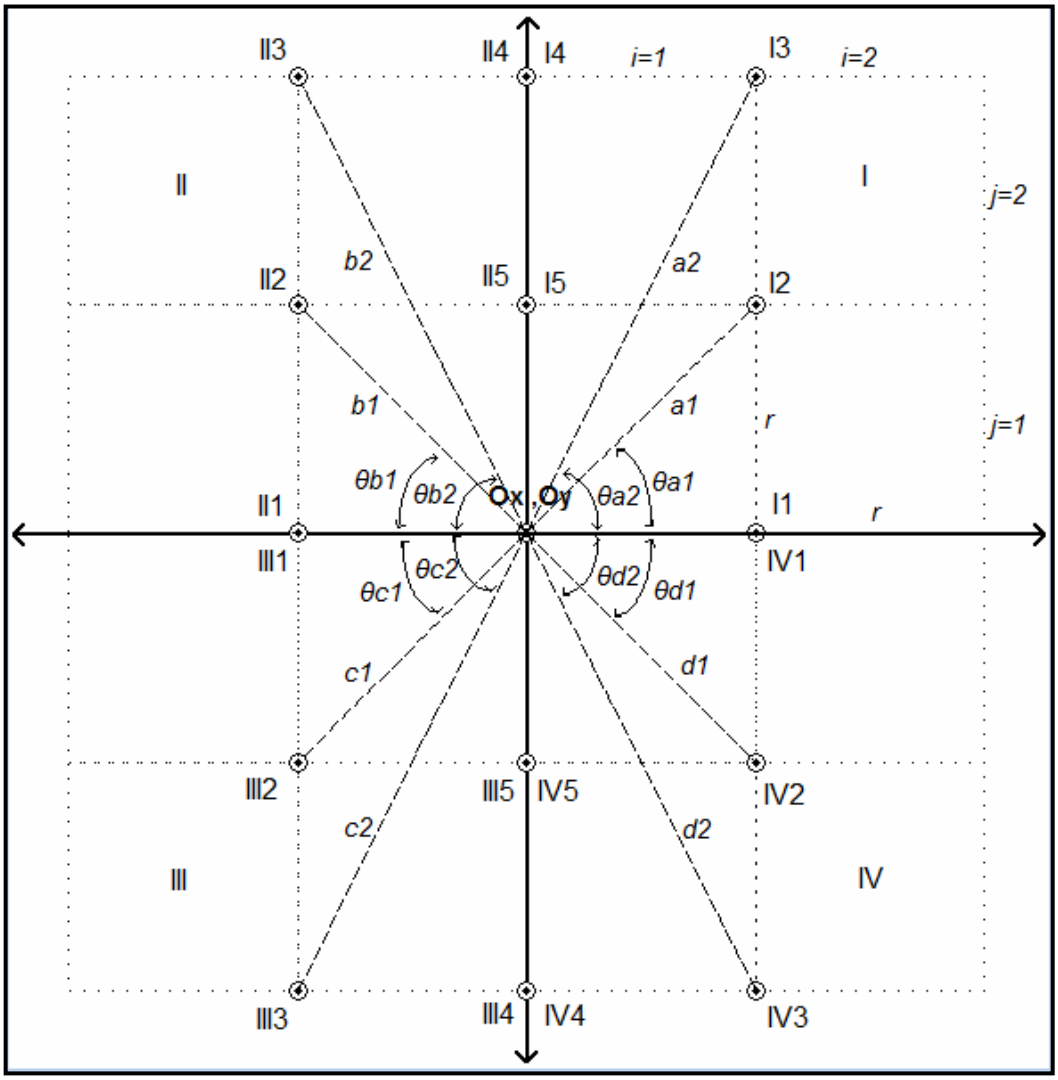


圖 2 多元方格分割模式各方格座標與原點關係圖

Fig. 2. The relationship between MGNM's coordinates and origin.

修正方式爲以 $(X_{max} - X_{min})$ 與 $(Y_{max} - Y_{min})$ 二者值較大者作爲新方格網的長與寬，並以該值的中點作爲方格網的原點來產生方格網。後續的實驗測試將採前述修正方式來產生方格網原點。

穩定度與限制開發比例衡量

觀念上，同樣的一個坡度計算方法下，依據不同的方格網所計算出的坡度值應該是不同的。如果一個方法所計算出的坡度值變異不大，就表示該坡度計算方法比較穩定，反之，則表示該坡度計算方法比較不穩定。爲了衡量一個坡度計算方法坡度計算結果的穩定度，吾人可以透過計算坡度值的離散程度來衡量。本研究定義了二種坡度值穩定度指標，分別是整體穩定度與個別穩定度。前者係分別透過總離散度、平均離散度及全距離散度來衡量，若前述三種離散度值越高，表示整體穩定度越低。後者則透過個別離散度來衡量，亦即計算不同方格網下同一位置方格坡度值的標準差來衡量個別離散度，離散度值越高表示個別穩定度越低。上述指標計算公式如下：

$$\text{個別離散度 } V_{ij} = \sqrt{\frac{1}{k}\sum_{g=1}^{k}(S_{ij}^{g} - \bar{S}_{ij})^2} \tag{3.1}$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{\sum_{g=1}^{k} S_{ij}^{g}}{k} \tag{3.2}$$

$$\text{總離散度 } V_I = \sum_i \sum_j V_{ij} \tag{3.3}$$

$$\text{平均離散度 } V_A = \frac{\sum_i \sum_j V_{ij}}{i \bullet j} \tag{3.4}$$

$$\text{全距離散度 } V_R = V_{ij}^{\max} - V_{ij}^{\min} \tag{3.5}$$

式中，S_{ij}^{g} 代表第 g 個方格網下第 (i,j) 位置方格的坡度值，不同方格網 g 係透過變動方格大小、原點位移及座標軸旋轉此三項因素而得到；$\bar{S}_{ij}$ 代表相同 (i,j) 位置方格的坡度平均值；因此個別離散度值 V_{ij} 定義爲相同位置方格不同抽樣坡度值的標準差。

離散度的比較除了透過前述敘述性統計量來分析外，本研究亦透過變異數分析方法來比較不同坡度計算方法所計算出的坡度離散度值是否有差異。此部分的分析將分爲二個步驟來進行。步驟一：虛無假設 H_0: $\mu_{8L} = \mu_{3X} = \mu_{3W}$ ，透過 F 檢定，若結果推翻 H_0，代表在相同的方格網產生變因下，不同坡度計算方法所計算出的坡度離散度是有顯著差異，進行步驟二；否則接受 H_0，代表在相同的方格網產生變因下，不同坡度計算方法所計算出的坡度離散度是沒有顯著差異。前述 μ_{8L} 代表在相同的方格網產生變因下，8L 法所計算出的個別離散度的平均數，餘此類推。步驟二：透過多重比較程序法 (multiple comparisons procedure)，以區分出不同坡度計算方法所計算出坡度離散度平均值的高低差異。

由於有三個坡度計算方法，故有三種配對需要比較，分別是（μ_{8L},μ_{3X}）、（μ_{8L},μ_{3W}）、（μ_{3X},μ_{3W}）。多重比較檢定程序主要有 Tukey、Scheff'e、及 Bonferroni 法。若因子水準 (坡度計算方法) 的抽樣樣本大小均相同時，則 Tukey 法較 Bonferroni 法佳。若配對比較之數目小於或等於因子水準時，則 Bonferroni 法比 Scheff'e 法佳，若大於時則是 Scheff'e 法較佳。由於三種坡度計算方法所使用的樣本數並不一樣多，故排除使用 Tukey 法，並且由於只有三種配對需要比較，配對比較數目小於等於因子水準，故最後採用 Bonferroni 法來進行檢定。多重比較程序用來計算每一個配對的 t 統計量計算公式如下：

$$t_{ij}=\frac{\bar{x}_i-\bar{x}_j}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}}} \tag{3.6}$$

假如$\left|t_{ij}\geq t^{**}\right|$，則可以推論母體的平均數是不同，否則無法由資料來區別母體平均數是不同的。

除前述透過敘述性統計量與變異數分析來分析不同坡度計算方法的穩定度外，從坡地開發實務的需求角度來看，坡地是否可以開發係依據坡度大小來決定，現行法規規定坡度 30% (含) 以上爲不可開發。因此，透過限制開發比例來衡量不同坡度計算方法的差異具有實務上的價值 (余東穎，2005)。故除前述的坡度值離散度指標外，本研究亦將探討限制開發比例此一指標。有別於前述穩定度指標的計算方式，限制開發比例由於可以分別透過面積或方格數爲單位來計算，因後者計算較簡便，故本研究實驗測試時將採用方格數來計算限制開發比例。限制開發比例的衡量爲 $G_g^{\geq 30}/G_g$，其中 $G_g^{\geq 30}$ 代表所有 g 個方格網中，坡度大於等於 30 度的方格數。

觀念上，透過變動多元方格網模式中任何一項因素，即可以產生無限多種方格網方案。從抽樣的角度來看，透過此一方格網分割模式所產生的方格網，可以視爲是自等高線或數值高程模型此一母體中進行地表的抽樣。故每一種方格網方案即是一種抽樣樣本。其中，透過變動原點位移及座標軸旋轉此二項因素，在方格大小固定的情況下，每一個方格網所產生的總方格數將一樣多；而透過變動方格大小因素所產生的方格網，每一個方格網的方格總數將不一樣多。因此，在應用前述多元方格網模式來探討不同坡度計算方法的穩定度時，透過變動原點位移及座標軸旋轉此二項因素所產生的方格網由於具有相同數目的方格，因此可以將坡度計算結果直接帶入前述四個離散度指標公式即可。

就透過變動方格大小以探討不同坡度計算方法的穩定度問題而言，觀念上可以利用較大方格作爲取樣點，以進行所有不同方格大小離散度的計算。例如，若取最大方格爲 100m，則在此 100m 方格內每次再細分成四個方格，亦即細分後方格大小爲 50m，餘此類推至方格大小爲 6.25m，則吾人可以得到五種大小的方格網，亦即 100m、50m、25m、12.5m、6.25m 方格，此種將大方格再細分成更小方格的方式可以稱爲巢狀方格 (nest grid)。除了透過規則四分的方式來產生巢狀方格外，若以最大方格 100m 爲基準，透過使用可以整除 100 的整數作爲方格大小，亦可以產生巢狀方格，例如 50m、25m、20m、10m、5m 等方格大小。由於後者的方格值均爲整數值，計算上比較容易，故本研究將使用後者來產生巢狀方格，以探討變動方格大小對不同坡度計算方法所計算出坡度離散度的情形。

依據《非都市土地開發審議作業規範》以及《建築技術規則》的規定，製作基地坡度圖的方格不得大於 25m。此一規定意味著：若利用大於 25m 的方格來計算坡度時，所得到的可開發比例可能會被高估；反之，若利用小於 25m 的方格來計算坡度時，所得到的可開發比例可能比較不會被高估。然而，

真實的情況是否如此呢?此一問題將與前述穩定度與限制開發比例分析於下一節透過實驗一併探討。

實驗與分析

本研究以東埔風景特定區比例尺 1:1,000 實測數值地形圖爲測試資料，從該研究區中選取二個村，面積約 41 公頃的等高線區域進行實驗測試，參見圖 3。前述實測數值地形圖係 921 震災後，南投縣政府爲辦理都市計畫書圖重製通檢作業，採地面測量而得。測試區最高高程爲 1,176m，最低爲 898m。爲產生不同的方格網，本研究依據前述的多元方格網模式及方格網原點產生修正方式來產生多種 25m x25m 的方格網。整個實驗測試於 MapInfo 地理資訊系統軟體下，利用 MapBasic 程式語言撰寫程式來產生方格網。

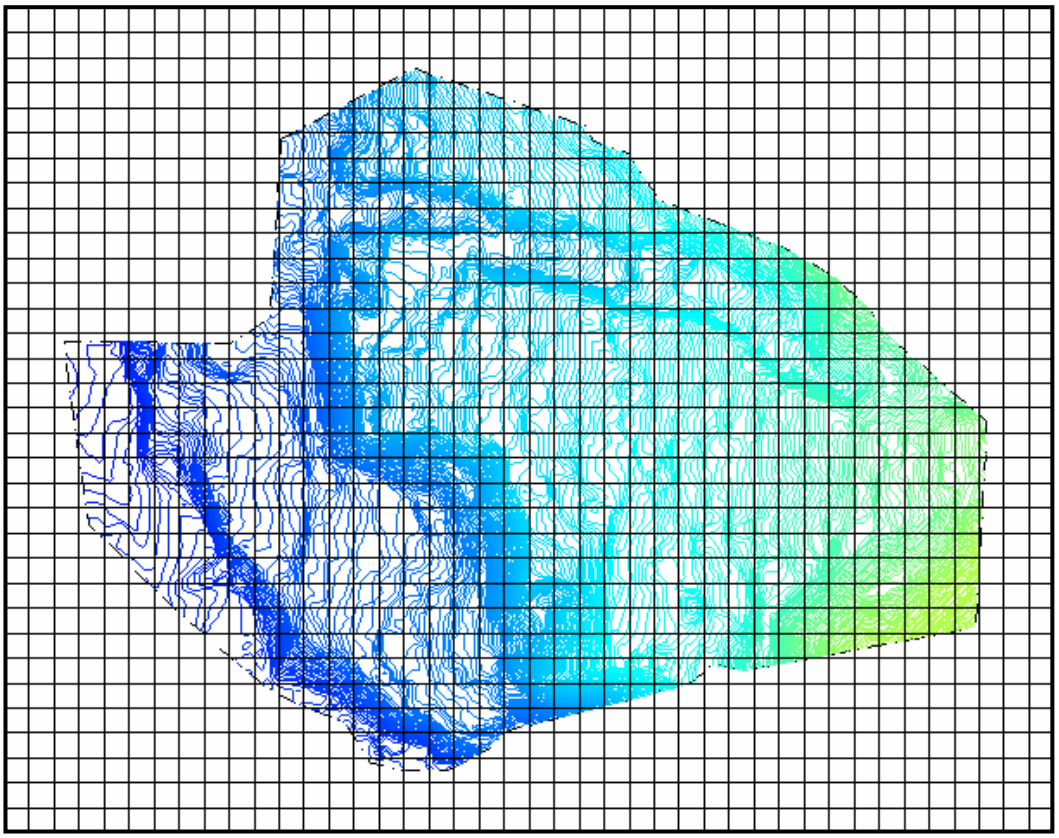


圖 3 東埔測試區 1m 等高線範圍及 25m×25m 方格網圖

Fig. 3. The 1m contours and 25m grids of the test area.

由於測試區爲多邊形，將與依據多元方格網模式所產生的方格網之間，出現許多方格沒有等高線通過的情況，因此於實際測試時必須將這些沒有等高線通過的方格扣除，以得到實際測試方格網的方格總數。以圖 4 爲例共有 727 個方格。

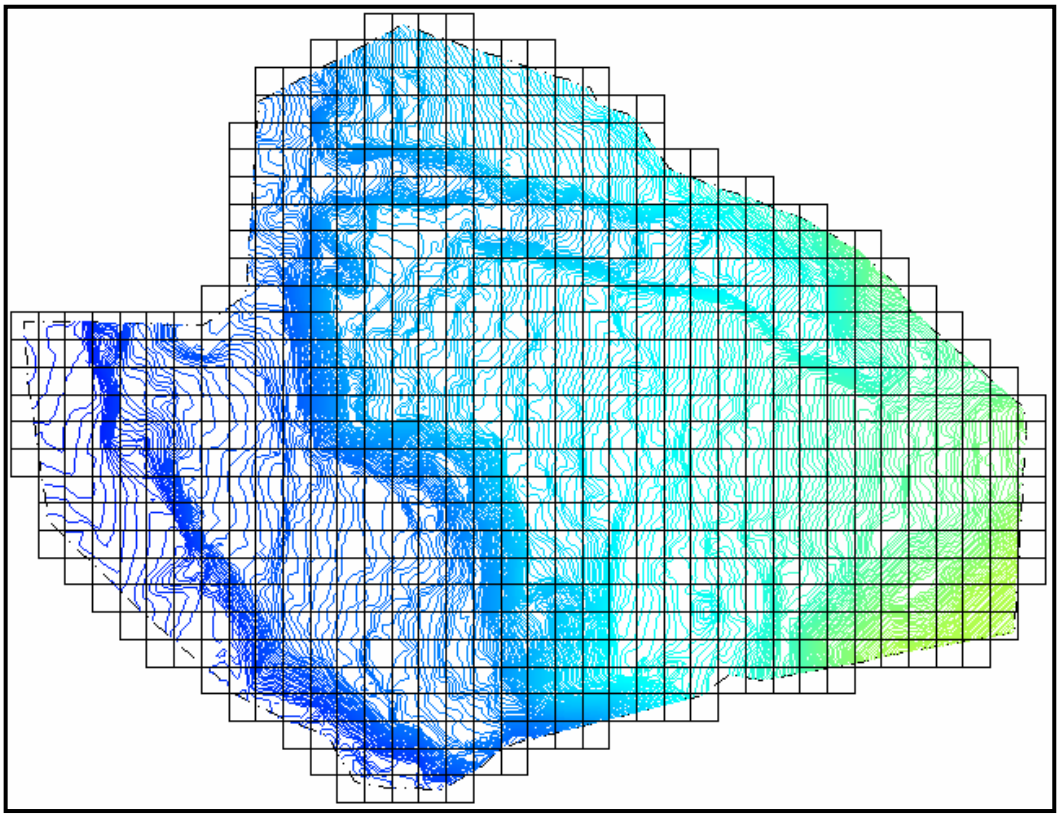


圖 4 實際測試之 25m×25m 方格網圖

Fig. 4. The test area associated with 25m grids.

在變動原點位移因素方面，本研究分別將 X 與 Y 位移以產生新的原點。位移方式係以每 1m 爲一個單位，分別自 X 向及 Y 向左右及上下各位移計 12 個單位，故各產生 25 種方格網。在變動座標軸旋轉因素方面，本研究從 5 度開始，以方格網的原點爲軸，每次逆時針旋轉 5 度，直至 90 度爲止，故共產生 18 種方格網，請參見圖 5。

表 1 爲實際測試區各種方格網應用前述三種坡度計算方法計算坡度後，進一步整理出的總離散度、平均離散度及全距離散度值。由表 1 可以看出，不管是變動 X 向 (表 1 中的 X 位移列)、Y 向 (表 1 中的 Y 位移列)、座標軸旋轉 (表 1 中的軸旋轉列)，或方格大小 (表 1 中的巢狀方格列)，所計算出的三項離散度值均以 8L 法最低，其次爲 3X 法及 3W 法，且 8L 法明顯地低於 3X 法與 3W 法。由此可以推論，8L 法在坡度計算的穩定度上比 3X 法與 3W 法要來得穩定。

爲進一步了解在相同的方格網產生變因下，不同坡度計算方法所計算出的坡度離散度是否有顯著差異。本研究在虛無假設 H_0: $\mu_{8L} = \mu_{3X} = \mu_{3W}$ ，顯著水準爲 α=0.05 下，透過變異數分析法來獲得前述問題的推論。表 2 爲變動 X 位移、Y 位移、軸旋轉及方格大小所產生方格網，前述三種坡度計算方法的變異數分析結果。由於所計算出的 F 值均大於 2.6，故推翻 H_0 假設。亦即，在相同的方格網產生變因下，不同坡度計算方法所計算出的坡度離散度是有顯著差異。故可以進一步透過多重比較程序法，以區分出不同坡度計算方法所計算出坡度離散度平均值的高低差異。

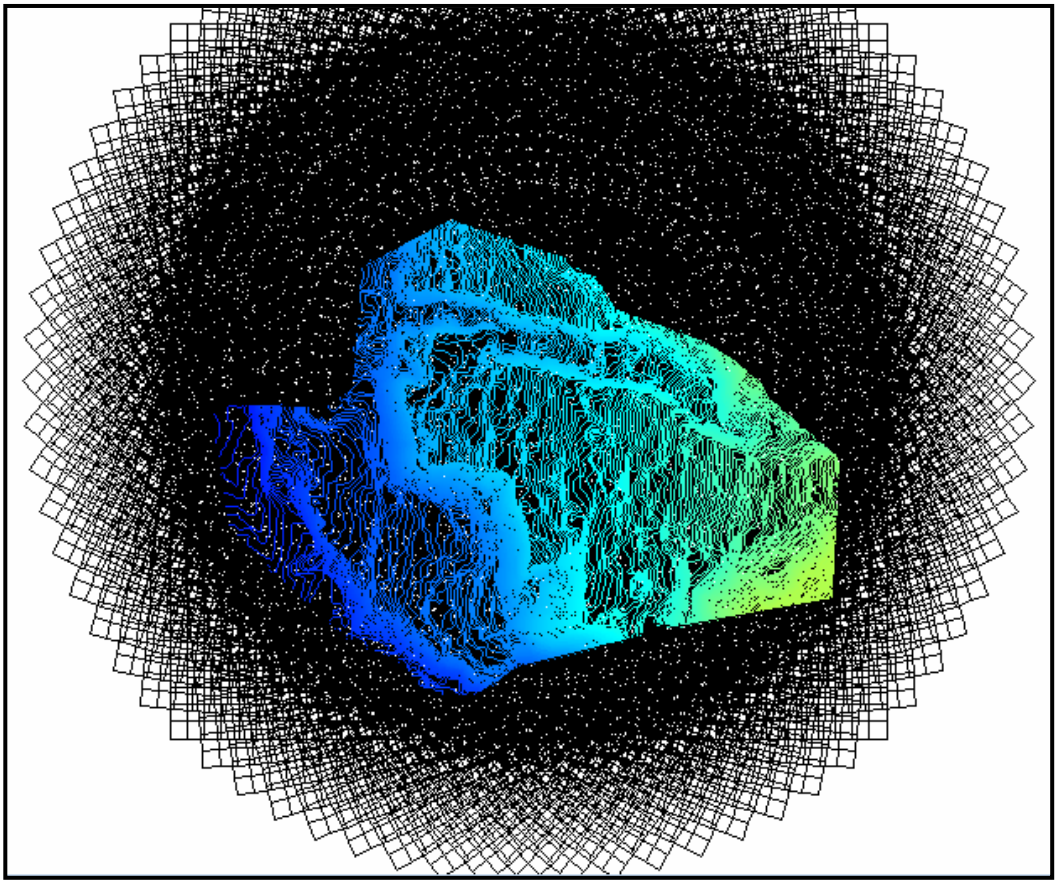


圖 5 18 種座標軸旋轉角度所產生方格網圖

Fig. 5. 18 alternatives of grid networks generated by altering axis rotation.

表 3 爲應用多重比較程序法所計算出的各個配對的 t 統計量。由於 Bonferroni 法在顯著水準爲 α=0.05，t^{**}=2.46。就 8L 法對 3X 法與對 3W 法之比較，各項因素所得的 t 值絕對值均大於t^{**}，故由表 3 的 t 值可以推論 8L 法比 3X 法及 3W 要有較小的坡度離散度。就 3X 法對 3W 的比較，由於計算出的 t 值絕對值均小於t^{**}，故 3X 法與 3W 所計算出的坡度離散度沒有差異。

在限制開發比例的探討方面，除了測試變動原點位移及座標軸旋轉二個因素對於前述三種坡度計算方法在計算限制開發比例的影響外，亦同時測試變動方格大小對於前述三種坡度計算方法計算限制開發比例的影響。表 4 爲變動原點位移對限制開發比例影響的測試計算結果，前述數據以折線圖表示如圖 6。由表 4 的數據與圖 6 可以看出，在限制開發比例方面，以 8L 法最高，其次爲 3X 法與 3W 法，且 8L 法明顯地高過於 3X 法與 3W 法。

表 1　變動位移、座標軸旋轉及巢狀方格對坡度計算離散度分析表

Table 1. Variability data by altering shift, axis rotation and nest grid.

	離散度別	8L 法	3X 法	3W 法
X 位移	平均離散度	5.1	5.9	6
	全距離散度	23.3	41.4	41.6
	總離散度	3860.5	4312.8	4368.2
Y 位移	平均離散度	5.5	6.3	6.4
	全距離散度	31.7	52.2	51.2
	總離散度	4094.4	4426.7	4490
軸旋轉	平均離散度	17.8	21.7	21.9
	全距離散度	43.9	59.9	60.4
	總離散度	19304.9	23272.5	23484.8
巢狀方格	平均離散度	2.5	3.4	3.3
	全距離散度	9.0	9.4	9.5
	總離散度	135.7	184.7	182.4

表 2 變動位移、座標軸旋轉及巢狀方格對坡度計算離散度變異數分析表

Table 2. ANOVA of variability data by altering shift, axis rotation and nest grid.

	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F* Value
X 位移	2	343.9	172	6.2
	2201	60789.6	27.6	
Y 位移	2	369.4	184.7	5.1
	2155	78469.7	36.4	
軸旋轉	2	11549.7	5774.9	44.9
	3221	414579.3	128.7	
巢狀	2	27.8	13.9	3.6
方格	54	651.6	623.8	

表 3 多重比較程序所計算出三種坡度計算法配對的 t 統計量表

Table 3. The t values of multiple comparisons procedure for three pair of gradient calculating methods.

	8L-3X 之 t 值	8L-3W 之 t 值	3X-3W 之 t 值
X 位移	-2.95	-3.32	-0.37
Y 位移	-2.54	-2.86	-0.31
軸旋轉	-8.01	-8.42	-0.41
巢狀方格	-2.57	-2.48	0.23

表 4 變動原點位移所計算出的限制開發比例

Table 4. RRD calculated by altering origin shift.

位移	8L	%	3X	%	3W	%	位移	8L	%	3X	%	3W	%
X+1	314	43.2	249	34.3	248	34.1	Y+1	314	43.2	249	34.3	248	34.1
X+2	312	42.9	249	34.3	251	34.5	Y+2	320	44.0	250	34.4	245	33.7
X+3	312	42.9	252	34.7	250	34.4	Y+3	321	44.2	248	34.1	247	34.0
X+4	324	44.6	256	35.2	255	35.1	Y+4	324	44.6	255	35.1	254	34.9
X+5	321	44.2	254	34.9	256	35.2	Y+5	318	43.7	255	35.1	255	35.1
X+6	313	43.1	254	34.9	255	35.1	Y+6	315	43.3	248	34.1	248	34.1
X+7	319	43.9	259	35.6	258	35.5	Y+7	318	43.7	249	34.3	252	34.7
X+8	319	43.9	260	35.8	264	36.3	Y+8	315	43.3	253	34.8	252	34.7
X+9	323	44.4	264	36.3	264	36.3	Y+9	317	43.6	253	34.8	254	34.9
X+10	323	44.4	261	35.9	265	36.5	Y+10	320	44.0	251	34.5	251	34.5
X+11	325	44.7	272	37.4	274	37.7	Y+11	308	42.4	255	35.1	254	34.9
X+12	324	44.6	269	37.0	269	37.0	Y+12	311	42.8	248	34.1	251	34.5
X+13	314	43.2	270	37.1	270	37.1	Y+13	308	42.4	248	34.1	249	34.3
X+14	323	44.4	272	37.4	275	37.8	Y+14	305	42.0	251	34.5	255	35.1
X+15	322	44.3	273	37.6	273	37.6	Y+15	303	41.7	248	34.1	252	34.7
X+16	327	45.0	266	36.6	270	37.1	Y+16	309	42.5	249	34.3	251	34.5
X+17	324	44.6	262	36.0	267	36.7	Y+17	310	42.6	252	34.7	253	34.8
X+18	326	44.8	265	36.5	265	36.5	Y+18	308	42.4	256	35.2	259	35.6
X+19	320	44.0	259	35.6	264	36.3	Y+19	313	43.1	255	35.1	261	35.9
X+20	315	43.3	260	35.8	260	35.8	Y+20	310	42.6	257	35.4	259	35.6
X+21	322	44.3	259	35.6	260	35.8	Y+21	321	44.2	254	34.9	255	35.1
X+22	320	44.0	263	36.2	261	35.9	Y+22	321	44.2	257	35.4	257	35.4
X+23	316	43.5	254	34.9	256	35.2	Y+23	319	43.9	256	35.2	256	35.2
X+24	317	43.6	248	34.1	247	34.0	Y+24	323	44.4	254	34.9	256	35.2
X+25	319	43.9	247	34.0	248	34.1	Y+25	320	44.0	251	34.5	250	34.4

表 5 爲變動座標軸旋轉對限制開發比例影響的測試計算結果，前述數據以折線圖表示如圖 7 上圖。由表 5 的數據與圖 7 上圖可以看出，在限制開發比例方面，三種方法互有高低，因此並無明顯的規則可說明三種方法所計算出限制開發比例高低上的差異。究其原因，可能是因爲方格網經過旋轉後，不同方格網中同一方格編號對等高線或 DEM 取樣的位置變動過於劇烈，不像變動原點位移般，只侷限在一方格左右或上下一定距離內，使得所計算出的坡度值離散度增加所致。此一現象亦可以由表 1 中變動座標旋轉軸所算得的總離散度均偏高獲得佐證。

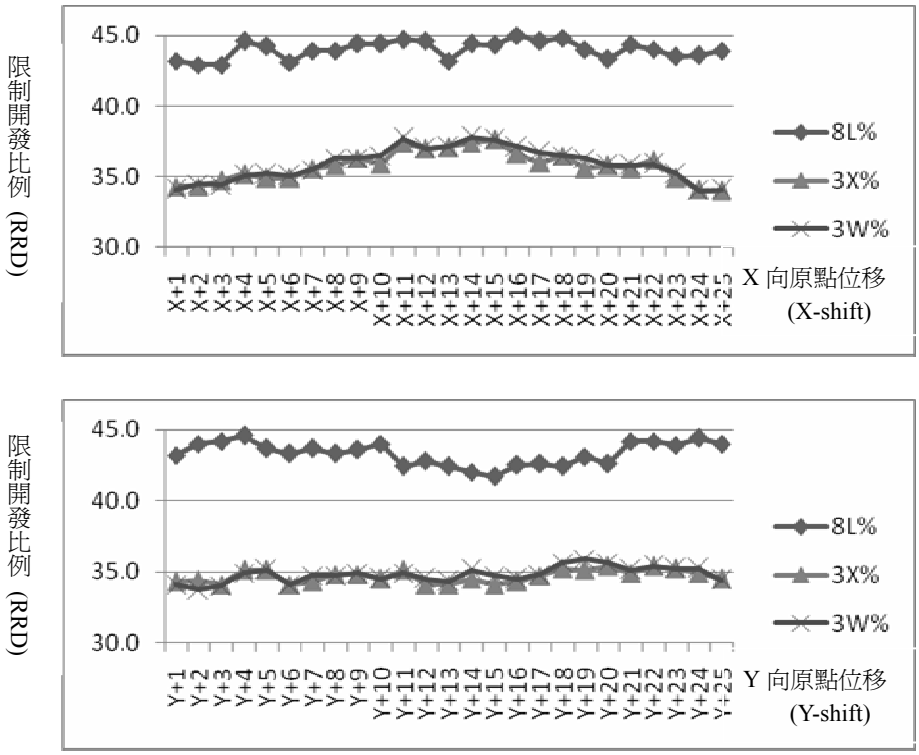


圖 6 變動 X 向及 Y 向原點位移所計算出的限制開發比例

Fig. 6. RRD calculated by altering X-shift and Y-shift.

在變動方格大小因素方面，本研究以 5m 爲單位，從 5m 遞增至 50m，故共產生 10 種方格網。各方格網的總方格數則從 35,224 至 576 格，在扣除部分沒有等高線通過的方格後，實際測試格數從 14,996 至 197 格。表 6 爲變動方格大小對限制開發比例之影響計算結果，前述數據以折線圖表現成圖 7 下圖。由表 6 的數據與圖 7 下圖可以看出，很明顯地 8L 法的限制開發比例均高過其他方法。此一結果亦與變動原點位移對限制開發比例影響的測試計算結果相同。此外由表 6 的數據與圖 7 下圖可以進一步看出，當方格大小由 50m 逐漸遞減爲 5m 時，前述三種方法計算出的限制開發比例有逐漸遞增的現象，尤其在方格大小爲 25m 以下時更是明顯。

結論與建議

本研究提出多元方格網模式，透過 MapBasic 程式語言於 MapInfo 地理資訊系統軟體下開發多元方格網分割程式，實證結果顯示可以同時變動方格大小、原點位移及座標軸旋轉等三項因素，達成快速簡便地產生無限多種方格網。藉由前述程式所產生的方格網，進一步結合「等高線與方格交點法 (8L)」、「三次非加權法 (3X)」及「三次加權法 (3W)」三種坡度計算方法，經於比例尺 1:1,000 實測地形圖實驗測試結果顯示，方格大小、原點位移及座標軸旋轉等三項因素，均會影響到前述三種坡度計算方法的計算結果。

表 5 變動座標軸旋轉角度所計算出的限制開發比例

Table 5. RRD calculated by altering axis rotation.

旋轉角	8L	%	3X	%	3W	%
R+5	314	43.2	249	34.3	248	34.1
R+10	304	41.8	279	38.4	281	38.7
R+15	318	43.7	318	43.7	316	43.5
R+20	318	43.7	330	45.4	333	45.8
R+25	322	44.3	361	49.7	362	49.8
R+30	319	43.9	381	52.4	384	52.8
R+35	326	44.8	401	55.2	401	55.2
R+40	320	44.0	412	56.7	420	57.8
R+45	316	43.5	423	58.2	426	58.6
R+50	329	45.3	432	59.4	429	59.0
R+55	334	45.9	415	57.1	418	57.5
R+60	321	44.2	418	57.5	418	57.5
R+65	317	43.6	393	54.1	391	53.8
R+70	333	45.8	376	51.7	381	52.4
R+75	326	44.8	361	49.7	357	49.1
R+80	309	42.5	335	46.1	337	46.4
R+85	326	44.8	316	43.5	314	43.2
R+90	321	44.2	285	39.2	287	39.5

表 6 變動方格大小所計算出的限制開發比例

Table 6. RRD calculated by altering grid size.

方格 (m)	總格數	測試格數	8L (格)	%	3X (格)	%	3W (格)	%
5	35,244	14,996	9,447	63.0	5,929	39.5	6,056	40.4
10	9,216	4,139	2,121	51.2	1,708	41.3	1,706	41.2
15	4,356	1,901	900	47.3	739	38.9	751	39.5
20	2,500	1,091	495	45.4	422	38.7	426	39.0
25	1,764	721	314	43.6	249	34.5	248	34.4
30	1,296	504	226	44.8	186	36.9	187	37.1
35	1,024	379	167	44.1	129	34.0	132	34.8
40	784	299	133	44.5	103	34.4	107	35.8
45	676	234	109	46.6	82	35.0	86	36.8
50	576	197	91	46.2	65	33.0	69	35.0

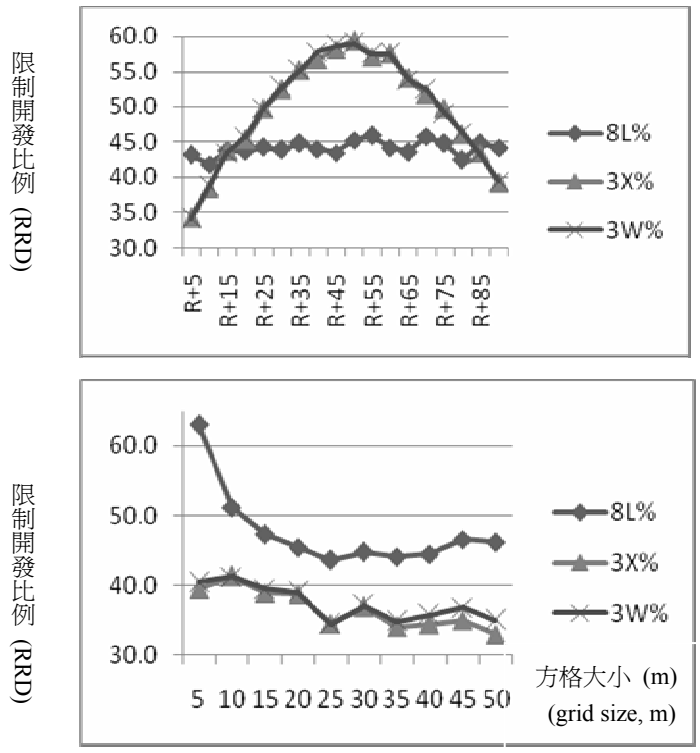


圖 7 變動座標軸旋轉 (上圖) 及方格大小 (下圖) 所計算出的限制開發比例

Fig. 7. RRD calculated by altering axis rotation (top graph) and grid size (bottom graph).

不管是 8L、3X、或是 3W 法，當方格大小逐漸變小時，較高坡度值的方格數逐漸變多，限制開發比例也隨之逐漸增加，此點於 Gao (1997) 的研究結論相同。此一結果亦印證製作基地坡度圖的方格不得大於 25m 的法規規定是可以降低可開發的比例。在分別變動 X 向位移、Y 向位移、座標軸旋轉及巢狀方格此四項因素下，依據計算所得坡度離散度值顯示，8L 法的穩定度最佳。此一結論與余東穎 (2005) 同樣使用 1:1,000 地形圖的實證研究結果不同，究其原因可能係因爲不同地形特徵所致。

在分別變動 X 向與 Y 向位移，以及方格大小此三項因素下，依據計算所得限制開發比例值顯示，以 8L 法最高，其次爲 3X 法與 3W 法，且 8L 法明顯地高於 3X 法與 3W 法。在變動座標軸旋轉角度對限制開發比例影響的測試方面，測試結果顯示三種方法互有高低，因此並無明顯的規則可說明三種方法所計算出限制開發比例高低上的差異。究其原因，可能是因爲方格網經過旋轉後，不同方格網中同一方格編號對等高線或 DEM 取樣的位置變動過於劇烈，不像變動原點位移般，只侷限在一方格左右或上下一定距離內，使得所計算出的坡度值離散度增加所致。此外，不同地形精度亦有可能是影響因素之一。

坡度乃是評估坡地適不適合開發眾多因素中極重要的一項，最理想的情況則是能夠考量所有因素及依據實際的山坡狀態來判斷。依據本研究前述的結論，若僅依據坡度等級此項因素來判斷坡地適不適合開發，且審查的原則係希望盡量降低坡地可開發比例，則建議法規中僅納入 8L 法作爲坡度計算

的方法，而 3X 法及 3W 則不建議納入。換言之，若 CAD 及 GIS 軟體採用 3X 法或 3W 法來計算坡度，則建議不採用其坡度計算結果。其次，在方格網的劃分原則方面，建議於法規中僅允許變動原點位移，並且維持現行法規中方格大小必須小於 25m 此一規定來產生方格網，或是規定更小的方格，以提高限制開發比例。

本研究旨在提出一套多元方格網模式，以作爲探討不同方格網對不同坡度計算方法影響的依據。研究中僅針對 1:1,000 地形圖來進行實驗測試，然而不同比例尺的 DEM 在計算坡度時究竟合適的方格大小爲何?以及不同地形圖精度對不同坡度計算方法結果是否有影響?仍然值得後續進一步採用本研究所提出的方法來實驗測試。其次，由於本研究的測試資料並未考慮不同地形特徵所可能造成的影響，因此後續可以分別針對山峰、山谷及山脊等三種地形特徵分別進行實驗測試。

謝　　辭

本研究受國科會經費補助，計畫編號：NSC94-2415-H-035-006，特此致謝。

引用文獻

余東穎 (2005) **利用交點法與內插法計算山坡地坡度之比較研究**，國立臺灣大學建築與城鄉研究所碩士論文。

黃誌川、徐美玲 (2001) 網格數值地形 (DTM) 的解析度與不同坡度計算方法之比較，**中華水土保持學報**，32 (3): 199-205。

鄭弘達 (1989) **以數值地形做地形計測之連線式處理**，國立成功大學航空測量研究所碩士論文。

蔡宗勳 (1994) **數值高度模型之地形量度研究**，國立臺灣大學地理學研究所碩士論文。

賴進貴、王慧勳 (1996) 數值等高線內差比較之研究，**地理學報**，21: 83-94。

Cromley, R. G. (1992) *Digital Cartography*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Gao, J. (1997) Resolution and accuracy of terrain representation by grid DEMs at a micro-scale, *International Journal of Geographical Information Science*, 11: 199-212.

Skidmore, A. K. (1989) A comparison of techniques for calculating gradient and aspect from a gridded digital elevation model, *International Journal of Geographical Information Systems*, 3: 323-334.

2007 年 7 月 30 日　收稿
2007 年 12 月 28 日　修正
2008 年 1 月 8 日　接受