DOI: 10.6277/TER.201906_47(2).0004

# 考慮單調性與曲度於貝氏隨機方向距離函數以衡量生產效率

黃台心・林嘉偉・胡聚男*

本文以貝氏方法估計隨機方向距離函數, 加入單調性與曲度等限制條件, 並連結無效率項與環境變數。爲突顯包含非意欲產出的方向距離函數之優點, 本文同時估計產出面距離函數, 並與方向距離函數之結果比較。實證分析資料爲1970至2010年各國總體經濟變數, 分別在有無加入限制條件與環境變數的設定下, 估計兩種距離函數, 從效率分數與技術進步率等角度, 分析兩種函數的差異。發現產出面距離函數因忽略非意欲產出, 傾向高估各國的技術效率與低估技術進步率; 而同時加入限制條件與環境變數的方向距離函數, 估計結果最爲合理。

**關鍵詞:** 貝氏方法, 方向距離函數, 非意欲產出, 單調性與曲度
**JEL 分類代號:** C11, C51, D24

## 1 緒論

評估一家廠商的生產績效, 從生產效率的角度分析比較合適。早期效率分析模型多從射線距離函數 (radial distance function) 角度出發, 一者利用投入面距離函數, 固定產出水準, 衡量要素投入量可以縮減多少; 或者利用產出面距離函數, 固定要素投入量, 衡量生產量可以增加多少。投入面或

*作者分別爲國立政治大學金融學系專任教授、國立政治大學金融學系碩士以及國立政治大學金融學系博士生。黃台心爲通訊作者 (thuang@nccu.edu.tw)。作者們誠摯地感謝本刊兩位匿名評審提供寶貴的審查意見, 讓本文內容論述更加周全, 若仍有疏漏不足之處, 應屬作者們之責。

經濟論文叢刊 (*Taiwan Economic Review*), 47:2 (2019), 273–320。
國立台灣大學經濟學系出版

臺灣大學學術期刊資料庫

產出面距離函數只能單純分析要素投入量與產出量的減少與增加, 無法同時分析兩者, 也無法恰當地把非意欲產出 (undesirable outputs) 納入模型。非意欲產出經常伴隨意欲產出而生, 例如電廠燃燒煤炭發電的同時, 釋出煤炭中的二氧化硫以及二氧化碳至大氣中, 這兩種物質與酸雨和地球暖化密切相關; 銀行業的放款可視爲產出之一, 但總有少部分顧客因故無法履行還款義務, 不良放款這種非意欲產出因而發生。爲處理非意欲產出, 廠商必須額外使用資源, 致影響其生產效率, 顯示任何效率分析模型不宜忽略這種產出。Chung, Färe, and Grosskopf (1997), Boyd, Tolley, and Pang (2002), Lee, Park, and Kim (2002) 和 Färe et al. (2005) 等使用的方向產出距離函數 (directional output distance function), 能將非意欲產出納入效率分析模型中, 應是較合適的效率分析模型。

效率估計方法可分爲無母數的資料包絡分析法 (data envelopment analysis, DEA) 與有母數的經濟計量法 — 隨機邊界分析法 (stochastic frontier analysis, SFA) 等兩種。前者優點在於不必給定欲估計之函數型態, 避免可能的函數型式設定錯誤問題, 缺點則爲因屬確定邊界模型, 不能將誤差項放入分析模型中, 導致效率估計值易受隨機因素之影響。本文擬採用 SFA 法進行估計, 此法之優缺點剛好與 DEA 法相反, 它允許迴歸模型中存在隨機干擾項, 但需給定函數型式。估計隨機邊界模型早期常使用修正的最小平方法 (corrected least squares), 現在皆採用最大概似估計法, 也有部分學者使用貝氏估計法 (Bayesian estimation)。貝氏估計法的優點, 在於可以將欲估計之函數的單調性 (monotonicity) 與曲度 (curvature) 等經濟理論所要求具備的性質, 以限制條件方式加入待估函數中, 如此估計得到的迴歸係數值, 一定符合這些函數應具備的性質。

另外, 廠商或國家整體的生產效率, 也易受到外生環境因素的影響, 如一國的政治與經濟制度、法律體系、勞工教育水準和環保政策等。如能把這些外生因素一併考慮到效率評估模型中, 消除受評估單位面臨之環境差異, 在相同立足點進行效率評估, 應能獲得較正確的效率估計值, 提供經理人員或政府當局決策參考。前述方法中, 僅 SFA 可以結合環境變數並採一階段法進行估計, 反觀 DEA 只能利用兩或三階段法考慮環境變數。

綜合以上論述, 基於方向距離函數與貝氏方法的優點, 本文打算運用此

臺灣大學學術期刊資料庫

方法估計方向距離函數, 加入單調性與曲度限制以及考慮環境變數對無效率之影響, 收集國家別資料進行實證分析, 估計各國技術效率, 並與不加入單調性和曲度性質以及環境變數之模型進行比較。另外, 同時以貝氏方法另行估計射線距離函數 — 產出面距離函數, 同樣加入單調性與曲度性質以及環境變數於迴歸模型中, 但無法考慮非意欲產出, 比較方向距離函數與射線距離函數結果之異同, 以突顯非意欲產出的重要性。

本文除第 1 節爲緒論外, 第 2 節爲文獻回顧, 簡要論述利用貝氏方法估計距離函數以及考慮環境變數進行效率評估之文獻; 第 3 節爲研究方法, 分爲方向距離函數、射線距離函數、貝氏方法與環境變數等 4 個小節; 第 4 節爲資料收集與整理, 包含各變數之定義與樣本統計量, 簡介使用軟體與程式語言; 第 5 節爲實證分析, 針對迴歸係數、效率與技術進步率等結果, 進行模型比較, 在方向與射線距離函數下, 可分爲有、無環境變數與有、無限制條件等共八種模型; 第 6 節爲結論。

## 2 文獻回顧

### 2.1 貝氏方法估計距離函數

早期貝氏方法應用於隨機邊界法的文獻, 並未考慮單調性與曲度性質, 主要著重在探討貝氏方法的模型設定, 例如 Broeck et al. (1994) 發現若以貝氏方法估計隨機邊界模型, 不同的無效率項高階參數設定, 可能會得出不同的無效率估計值。將先驗分配 (prior distribution) 設定爲指數分配, 對不同高階參數的給定較爲穩健, 而截斷常態分配 (truncated normal) 對高階參數的設定較不穩健。Koop, Osiewalski, and Steel (1997) 對於不同生產單位的無效率項, 設定不同的先驗分配, 透過外生變數讓各先驗分配的參數有所差異, 相當於加入環境變數。Fernández, Osiewalski, and Steel (1997) 探討不合適的先驗分配 (improper priors) 在隨機邊界模型的應用是否妥當, 該文獻主要以數學積分推導, 發現某些情況下不合適的先驗分配, 將導致驗後分配 (posterior distribution) 與其動差 (moments) 不存在。

Terrell (1996) 與 Griffiths, O'Donnell, and Cruz (2000) 針對成本函數, 考慮凸性和凹性條件。O'Donnell and Coelli (2005) 是第一篇使用貝氏方法估計產出面距離函數, 將單調性與曲度限制條件一併考慮, 進而探討加

臺灣大學學術期刊資料庫

入上述限制條件與否, 對參數估計的影響。收集17家歐洲鐵路公司的縱橫資料 (panel data), 假設無效率值不隨時間改變, 分別估計隨機效果與固定效果等兩個模型, 並比較有無限制模型的估計結果。發現加入限制條件的模型, 係數估計值一定符合產出面距離函數的單調性與曲度, 與無限制模型的結果有很大差異且不保證單調性與曲度限制條件一定滿足。

以貝氏方法估計距離函數時, 若要加入單調性與曲度條件, 其中曲度條件比較複雜, Morey (1986) 整理出任一函數滿足曲度條件所需的充要條件, 值得參考。

Feng and Zhang (2012) 以貝氏方法估計真實隨機效果模型 (true random effects model), 相較於一般隨機效果, 真實隨機效果的優點在於能從模型的無效率項中分離出各生產單位的不可觀測異質性 (unobserved heterogeneity), 使得效率估計模型更具一般性。該文獻估計產出面的射線距離函數, 加入單調性與曲度限制, 以美國的銀行業共10年資料進行實證研究。依照銀行規模分爲大、中與小銀行三群後, 同時估計隨機效果與真實隨機效果兩種模型, 比較各群中兩種模型的差異。發現兩種模型所估計個別銀行效率與生產力成長都不相同, 顯示不可觀測異質性扮演重要角色。

射線距離函數忽略非意欲產出的重要性, 這種產出因爲具有弱可拋性 (weak disposability), 廠商必須耗用資源處理而增加成本, 致影響該廠商的生產績效。如要將非意欲產出納入分析模型, 方向距離函數是較佳的選擇, 例如 Färe et al. (2005) 比較線性規劃法與 SFA 法估計美國電廠的結果, 計算非意欲產出 (二氧化硫) 的影子價格以及電力與二氧化硫兩者間的替代彈性。發現在1993–1997年期間, 二氧化硫的影子價格有上升趨勢, 替代彈性絕對值也有下降趨勢。值得注意者, 使用線性規劃法估計方向距離函數, 只能將單調性條件納入數理規劃模型中, 忽略二階的曲度性質。

Atkinson and Dorfman (2005) 與 Assaf, Matousek, and Tsionas (2013) 都是將非意欲產出視爲外生的解釋變數, 分別放入產出面與投入面距離函數中, 使用貝氏有限資訊 (limited-information likelihood) 方法估計固定效果模型, 加入距離函數對投入、產出與非意欲產出之單調性與曲度限制條件, 並以類別變數解釋無效率項, 進行估計。Atkinson and Dorfman (2005) 針對美國電廠共15年的資料, 進行實證研究, 發現未考慮非意欲產

臺灣大學學術期刊資料庫

出的模型在技術效率與生產力進步率的估計值偏低。Assaf, Matousek, and Tsionas (2013) 以土耳其銀行共9年的資料, 進行研究, 發現資料期間內平均生產力進步; 效率分數越低的銀行, 非意欲產出 (不良債權) 的比例越高, 可見非意欲產出在進行效率評估時, 不可忽略。

Feng and Serletis (2014) 採用貝氏方法, 在隨機效果模型假設下估計方向距離函數, 容許無效率值隨時間而改變, 但未考慮環境變數對無效率之影響。此外, 同時考慮單調性與曲度限制條件, 並與產出面距離函數的估計結果相互比較。發現加入限制條件後, 若忽略非意欲產出, 易造成效率與生產力進步率估計值產生偏誤。由此推論, 射線距離函數因爲忽略非意欲產出, 可能不是適當的選擇。

關於貝氏方法程式語言的文獻, 可參考 Griffin and Steel (2007), 此文主要介紹以貝氏方法估計射線距離函數, 分別討論與示範不同的無效率項分配設定、不同先驗分配 (prior distribution) 的設定、加入限制條件、考慮環境變數以及模型比較等。但未討論方向距離函數的應用, 且僅分開討論加入限制條件與環境變數的模型, 未討論兩者同時考慮的情況, 雖然論及無效率項可隨時間穩定遞增與遞減的模型, 該設定隱含無效率項變動幅度固定與同向的限制。

### 2.2 環境變數

將環境變數與無效率項結合, 最早由 Huang and Liu (1994) 和 Battese and Coelli (1995) 提出, 假設無效率項爲截斷常態分配 (truncated normal), 將截斷常態分配的平均數設定爲環境變數的函數。這兩篇論文的主要差異, 在於前者的環境變數中包含生產要素, 後者則否, 僅包含外生變數。Huang (2005) 使用類似 Huang and Liu (1994) 的模型, 探討資訊與電腦設備對台灣銀行業的效率與生產力之影響, 確認資訊與電腦設備投資有助於提升銀行業的效率與生產力。

加入環境變數並以貝氏方法估計的文獻, 如 Koop, Osiewalski, and Steel (1997) 以貝氏方法估計成本函數, 但未加入單調性與曲度條件。其環境變數是由數個指標變數與一個連續型變數所組成, 並與僅有截距項而無環境變數的模型進行比較, 發現加入環境變數的模型有較高的解釋力。文中特

臺灣大學學術期刊資料庫

別提到, 由於貝氏方法大多以 Gibbs Sampling 進行抽樣, 從驗後分配 (posterior distribution) 的條件分配中抽樣, 如果環境變數是連續變數, 無法推導出對應的條件分配, 必須改用其他方法, 例如 independence Metropolis-Hasting, 對參數進行重複抽樣, 導致估計的困難度大幅增加。

Fernández, Koop, and Steel (2000) 同時考慮限制條件與環境變數, 完整介紹貝氏方法在距離函數的應用。針對銀行業資料進行實證分析, 在多產出的產出面距離函數中, 僅加入簡單的限制條件, 例如係數值非負; 環境變數則是依照銀行大小分成三個類別的指標變數, 令無效率項不隨時間改變; Fernández, Koop, and Steel (2000) 另在附錄中以 Geweke 與 Gelman and Rubin 兩種方法演示貝氏方法的收斂診斷。

總結來說, 使用貝氏方法估計距離函數的文獻, 大多數僅單純考慮限制條件或是環境變數, 鮮少兩者同時考慮。本研究的特點在於估計方向距離函數時, 同時考慮限制條件與環境變數, 進行效率評估, 並與未考慮非意欲產出之產出面距離函數比較。

加入限制條件、環境變數與非意欲產出, 期望強化模型估計結果的合理性, 但也同時提高模型估計的困難度。例如相對於射線距離函數模型, 考慮非意欲產出的方向距離函數模型, 需要找尋合理的指標以衡量非意欲產出, 如本文採用的 $CO_2$。加入環境變數後大幅提高驗後分配的複雜度, 且需要搭配妥善的模型設定。例如 Koop, Osiewalski, and Steel (1997) 提到若環境變數設定爲連續變數, 則無法推導出明確的條件分配。因此本文將環境變數設爲指標變數, 並且給定環境變數參數的先驗分配爲指數分配, 才得以降低使用 Gibbs Sampling 的困難度。而加入限制條件則容易因限制條件太多與複雜, 導致貝氏方法在估計時, 耗費大量電腦運算時間; 例如本研究共有 3,608 個樣本, 單調性與曲度限制共 5 條, 相當於起始值就受限於 18,040 組限制條件, 要讓所給定的起始值在所有樣本下皆需滿足限制條件, 極爲不易。本文在自變數上採用勞動與資本等兩個變數, 且僅考慮單一非意欲產出, 才比較容易控制單調性與曲度限制條件數在可接受的範圍內, 也才使得貝氏方法實務上可行。貝氏方法主要的優點除了能合理地加入限制條件以外, 也能同時估計各國各年度的無效率值, 進而得以從各國、各年的角度詳細討論無效率值、效率分數與技術進步率等指標。

臺灣大學學術期刊資料庫

## 3 研究方法

### 3.1 方向距離函數

#### 3.1.1 模型設定

依循 Färe et al. (2005)、Feng and Serletis (2010) 與 Feng and Serletis (2014), 本研究使用產出面方向距離函數, 並加入非意欲產出, 以下簡稱方向距離函數。令 $x$ 代表要素投入向量, $y$ 代表產出向量, $b$ 爲非意欲產出向量, $t$ 代表時間趨勢。定義方向距離函數:

$$\overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; g_y = g_b) = \max\left\{\gamma : (y + \gamma g_y, b - \gamma g_b) \in P(x)\right\}, \quad (1)$$

其中 $P(x) = \{(y, b) : (yb)$ 可被 $x$ 生產出來$\}$, 代表產出集合, $g_y$ 與 $g_b$ 爲方向向量。(1) 式定義方向距離函數爲產出須朝 $g_y$ 方向增加 $\gamma$ 單位, 同時非意欲產出需朝 $g_b$ 方向減少 $\gamma$ 單位, 才能達到生產邊界。方向向量的選取有多種可能, 爲符合直觀與簡便, 我們選擇 $g_y$ 與 $g_b$ 均爲單位向量, 若產出與非意欲產出都只有一種, 則 $\mathbf{g} = (g_y - g_b) = (1, -1)$。此時方向距離函數可解釋爲, 產出增加與非意欲產出減少是朝 $(1, -1)$ 方向調整 $\gamma$ 單位, 即可到達生產邊界。參考 Färe et al. (2005) 與 Feng and Serletis (2014), 方向距離函數的性質整理如下:

$$\overrightarrow{D}_0\left(y, b, x, t; g_y, -g_b\right) \geq 0, \quad \text{若且唯若 } (y, b) \in P(x)。 \quad (2)$$

$$\overrightarrow{D}_0\left(y', b, x, t; g_y, -g_b\right) \geq \overrightarrow{D}_0\left(y, b, x, t; g_y, -g_b\right), \quad \left(y', b\right) \leq (y, b) \in P(x)。 \quad (3)$$

$$\overrightarrow{D}_0\left(y, b', x, t; g_y, -g_b\right) \geq \overrightarrow{D}_0\left(y, b, x, t; g_y, -g_b\right), \quad \left(y, b'\right) \geq (y, b) \in P(x)。 \quad (4)$$

$$\overrightarrow{D}_0\left(\varphi y, \varphi b, x, t; g_y, -g_b\right) \geq 0, (y, b) \in P(x), \ 0 \leq \varphi \leq 1。 \quad (5)$$

$$\overrightarrow{D}_0\left(y, b, x, t; g_y, -g_b\right) \text{ 爲 } (y, b) \text{ 的凹函數, } (y, b) \in P(x)。 \quad (6)$$

$$\overrightarrow{D}_0\left(y + \phi g_y, b - \phi g_b, x, t; g_y, -g_b\right) = \overrightarrow{D}_0\left(y, b, x, t; g_y, -g_b\right) - \phi, \ \phi \in \mathbf{R}。 \quad (7)$$

$$\overrightarrow{D}_0\left(y, b, x', t; g_y, -g_b\right) \geq \overrightarrow{D}_0\left(y, b, x, t; g_y, -g_b\right), \text{ 對於 } x' \geq x。 \quad (8)$$

臺灣大學學術期刊資料庫

(3)、(4) 與 (8) 式爲單調性, (6) 式爲凹性, 在稍後實證分析時, 將以限制條件方式予以考量; (7) 式爲方向距離函數之轉換性質 (translation property)。

過去文獻大多將方向距離函數設定爲二次函數, 如 Färe et al. (2005) 與 Feng and Serletis (2014) 等, 本研究亦同。由於實證分析使用國家別資料, 雇用兩種生產要素 — 勞動與資本設備, 生產單一產出 — 國內生產毛額以及單一非意欲產出 — 二氧化碳排放量, 故方向距離函數表爲

$$\begin{aligned}\overrightarrow{D}_0(y,b,x,t;1,-1) = {} & \beta_0+\beta_1 y+\beta_2 x_1+\beta_3 x_2+\beta_4 b+\beta_5 t+\frac{1}{2}\beta_6 y^2 \\ & +\frac{1}{2}\beta_7 x_1^2+\frac{1}{2}\beta_8 x_2^2+\frac{1}{2}\beta_9 b^2+\frac{1}{2}\beta_{10} t^2+\beta_{11} y x_1 \\ & +\beta_{12} y x_2+\beta_{13} y b+\beta_{14} y t+\beta_{15} x_1 x_2+\beta_{16} x_1 b \\ & +\beta_{17} x_1 t+\beta_{18} x_2 b+\beta_{19} x_2 t+\beta_{20} b t, \end{aligned} \tag{9}$$

其中變數符號之定義同上, $\beta$ 代表待估係數。由於等號左邊之應變數 $\overrightarrow{D}_0(\cdot)$ 無法直接觀測, 因此需要藉由轉換性質, 轉換 (9) 式。令 $\mathbf{g}=(g_y,-g_b)=(1,-1)$, 代入 (7) 式可得

$$\overrightarrow{D}_0(y+\phi,b-\phi,x,t;1,-1)=\overrightarrow{D}_0(y,b,x,t;1,-1)-\phi。 \tag{10}$$

其意義在於若產出增加 $\phi$ 單位, 非意欲產出減少 $\phi$ 單位, 相當於方向距離函數減少 $\phi$ 單位。

在二次函數的形式下滿足轉換性質, 必須加上以下五條限制式:

$$\beta_1-\beta_4=-1, \tag{11}$$

$$\beta_6=\beta_9=\beta_{13}, \tag{12}$$

$$\beta_{11}=\beta_{16}, \tag{13}$$

$$\beta_{12}=\beta_{18}, \tag{14}$$

$$\beta_{14}=\beta_{20}。 \tag{15}$$

爲進一步簡化模型, 令 $\phi=-y$, 可得

$$\overrightarrow{D}_0(0,b+y,x,t;1,-1)=\overrightarrow{D}_0(y,b,x,t;1,-1)+y, \tag{16}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

即

$$y = \overrightarrow{D}_0(0, b + y, x, t; 1, -1) - u。 \tag{17}$$

其中 $\overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1) \equiv u \geq 0$, 代表無效率項, 上式等號右方之 $\overrightarrow{D}_0(\cdot)$ 設定爲二次函數的形式, 即在 (9) 式中代入 $y = 0$ 與 $\tilde{b} = b + y$, 成爲迴歸方程式

$$\begin{aligned} y_{it} = {} & \beta_0 + \beta_2 x_{1it} + \beta_3 x_{2it} + \beta_4 \tilde{b}_{it} + \beta_5 t + \frac{1}{2}\beta_7 x_{1it}^2 + \frac{1}{2}\beta_8 x_{2it}^2 \\ & + \frac{1}{2}\beta_9 \tilde{b}_{it}^2 + \frac{1}{2}\beta_{10} t^2 + \beta_{15} x_{1it} x_{2it} + \beta_{16} x_{1it} \tilde{b}_{it} + \beta_{17} x_{1it} t \\ & \beta_{18} x_{2it} \tilde{b}_{it} + \beta_{19} x_{2it} t + \beta_{20} \tilde{b}_{it} t - u_{it} + v_{it}。 \end{aligned} \tag{18}$$

其中雙下標 $i$ 與 $t$ 分別代表國家與時間, $i = 1, \cdots, K$, $t = 1, \cdots, T$, 隨機干擾項 $v_{it} \sim N(0, \sigma^2)$ 代表所有無法控制因素, 具獨立且相同分配, 它與 $u_{it}$ 統計獨立, 並假設無效率項與隨機干擾項皆與各解釋變數不相關。

若以矩陣的形式表達成爲

$$y = s'\beta - u + v, \tag{19}$$

其中 $s'$ 爲 (18) 式右方所有解釋變數 (包含截距項) 所構成的 $KT \times 15$ 矩陣, $\beta$ 爲對應之 $15 \times 1$ 參數向量。其餘 $y, u, v$ 都爲 $KT \times 1$ 向量。

### 3.1.2 限制條件、效率分數與技術變動率 (rate of technical change, TC)

依據 (3)、(4) 與 (8) 式的單調性並帶入轉換性質, 可得到不等號限制式, 詳見附錄 1 的 (A.3)–(A.5) 等三式。至於曲度限制, 要求方向距離函數對於產出與非意欲產出, 具有聯合凹性 (joint concavity), 如 (6) 式。參考 Chambers (2002)、Färe et al. (2005) 與 Feng and Serletis (2014) 以及附錄 1, 在單一產出與單一非意欲產出的情況下, 簡化爲 $\beta_9 \leq 0$。

本文主要關注各國之技術效率差異, 因 (18) 式所估計之 $u_{it}$ 代表無效率水準, 是有單位的數值, 其單位與應變數 $y$ 相同。如此, 大國與小國的無效率水準差異頗大, 不適合直接比較各國之技術無效率, 本文改用相關文獻常用的效率分數 (efficiency score, EC) 來評估, 其定義爲

$$EC_{it}^d = \frac{y_{it}}{\hat{y}_{it}}, \tag{20}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

其中 $y_{it}$ 爲 $i$ 國第 $t$ 年的實際產出水準, $\hat{y}_{it}$ 爲產出水準的配適值, 代表最大可能產出, 它相當於 (18) 式等號右方排除 $u_{it}$ 與 $v_{it}$ 後的各項。

參考 Feng and Serletis (2014), 將方向距離函數的技術進步率定義爲 $\partial \ln \overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1)/\partial t$, 若在離散時間下, 技術進步率計算方法調整爲

$$TC_{it}^{d} = \frac{1}{2}\left\{\ln\left(\frac{1+\overrightarrow{D}_0(y_t, b_t, x_t, t+1; 1, -1)}{1+\overrightarrow{D}_0(y_t, b_t, x_t, t; 1, -1)}\right) + \ln\left(\frac{1+\overrightarrow{D}_0(y_{t+1}, b_{t+1}, x_{t+1}, t+1; 1, -1)}{1+\overrightarrow{D}_0(y_{t+1}, b_{t+1}, x_{t+1}, t; 1, -1)}\right)\right\}, \tag{21}$$

其中 $TC_{it}^{d}$ 代表技術進步率, 等號右方各項爲係數估計值代入 (9) 式後的計算結果。若 $TC_{it}^{d}$ 爲正, 代表著技術進步; 反之則爲技術退步。

## 3.2 產出面距離函數

### 3.2.1 模型設定

爲與方向距離函數比較, 本文另行估計產出面距離函數, 也稱射線距離函數。定義爲

$$D(y, x, t) = \min\{a : 0 < a \leq 1, y/a \in S(x)\}, \tag{22}$$

其中 $S(x) = \{y : y$ 可被 $x$ 生產出來$\}$, $D(y, x, t)$ 介於 0 與 1 之間, 當 $D(y, x, t) = 1$ 意指 $(x, y)$ 位於產出前緣。其性質包括

1. $D(y, x, t)$ 對於 $x$ 爲非遞增, (23)
2. $D(y, x, t)$ 對於 $x$ 具有準凸性 (quasi-convexity), (24)
3. $D(y, x, t)$ 對於 $y$ 爲非遞減, (25)
4. $D(y, x, t)$ 對於 $y$ 具有凸性 (convexity), (26)
5. $D(y, x, t)$ 爲 $y$ 的一階齊次函數, 即

$$D\left(\frac{y}{c}, x, t\right) = \frac{1}{c}D(y, x, t),\ c > 0。 \tag{27}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

(23) 與 (25) 兩式爲單調性質, (24) 與 (26) 兩式爲曲度性質, 後續估計時可藉由加入限制條件, 使得射線距離函數滿足此四個條件。

多數文獻都將射線距離函數設定爲超越對數函數 (translog) 的形式, 如 O'Donnell and Coelli (2005) 與 Feng and Serletis (2014) 等, 其優點在於具有相當的伸縮性。令 (27) 式的 $c = y$, 在單一產出與兩種投入下, 代入一階齊次性質的超越對數射線距離函數表爲

$$\begin{aligned} -\ln y_{it} = {} & \alpha_0 + \alpha_2 \ln x_{1it} + \alpha_3 \ln x_{2it} + \alpha_4 t + \alpha_6 (\ln x_{1it})^2 \\ & + \frac{1}{2}\alpha_7 (\ln x_{2it})^2 + \frac{1}{2}\alpha_8 t^2 + \alpha_{12} \ln x_{1it} \ln x_{2it} \\ & + \alpha_{13} t \ln x_{1it} + \alpha_{14} t \ln x_{2it} + \epsilon_{it} + \varepsilon_{it}。 \end{aligned} \tag{28}$$

其中 $\epsilon \equiv -\ln D(y, x, t) \geq 0$, 代表技術無效率, 假設爲非負隨機變數, $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 具獨立且相同分配, 與 $\epsilon$ 統計獨立, 並假設它們皆與各解釋變數不相關。

若以矩陣形式表達, 上式成爲

$$-\ln y = w'\alpha + \epsilon + \varepsilon, \tag{29}$$

其中 $w'$ 爲 (28) 式等號右方所有解釋變數 (包含截距項) 所構成的 $KT \times 10$ 矩陣。$\alpha$ 則爲與其對應之 $10 \times 1$ 參數向量, 其餘 $-\ln y$, $\epsilon$ 與 $\varepsilon$ 均爲 $KT \times 1$ 向量。

### 3.3 限制條件、效率分數與技術進步率

已知產出面距離函數的單調性, 包括對產出 $y$ 爲非遞減且對投入 $x_1$ 與 $x_2$ 爲非遞增, 令 $f_1 = \partial \ln D(y, x, t)/\partial \ln x_1$ 與 $f_2 = \partial \ln D(y, x, t)/\partial \ln x_2$。(28) 式對 $\ln x_1$ 與 $\ln x_2$ 取偏導數, 單調性限制爲 (詳如附錄 2)

$$f_1 = \alpha_2 + \alpha_6 \ln x_1 + \alpha_9 \ln y + \alpha_{12} \ln x_2 + \alpha_{13} \leq 0, \tag{30}$$

$$f_2 = \alpha_3 + \alpha_7 \ln x_2 + \alpha_{10} \ln y + \alpha_{12} \ln x_1 + \alpha_{14} t \leq 0。 \tag{31}$$

此距離函數對產出具有凸性, 若且唯若它對於 $y$ 的海森矩陣所有主子式爲非負;[1] 另外, 此函數對投入具有準凸性, 充分條件爲它對於 $x$ 的鑲邊

[1]在單一產出的情況下, 產出面距離函數對產出的單調性與凸性一定可以滿足, 詳見附錄 2。

臺灣大學學術期刊資料庫

海森矩陣 (bordered Hessian matrix) 所有鑲邊主子式 (bordered principal minors) 爲負, 詳細推導過程如附錄 2。準凸性限制條件可整理爲

$$2\alpha_{12} f_1 f_2 - (\alpha_6 - f_1) f_2^2 - (\alpha_7 - f_2) f_1^2 < 0。 \tag{32}$$

根據 Battese and Coelli (1988), 效率分數的計算公式爲

$$EC_{it}^r = E\left[\exp\left(-\epsilon_{it}|\epsilon_{it} + \varepsilon_{it}\right)\right]。 \tag{33}$$

參考 Feng and Serletis (2014), 定義技術進步率爲 $-\partial \ln D(y, x, t)/\partial t$, 在間斷時間下的技術進步率計算方法爲

$$TG_{it}^{\gamma} = -\frac{1}{2}\left\{\ln\left(\frac{D\left(y_t, x_t, t+1\right)}{D\left(y_t, x_t, t\right)}\right) + \ln\left(\frac{D\left(y_{t+1}, x_{t+1}, t+1\right)}{D\left(y_{t+1}, x_{t+1}, t\right)}\right)\right\}。 \tag{34}$$

其中 $TG_{it}^{\gamma}$ 代表產出面距離函數模型的技術進步率。若爲正, 代表技術進步; 反之, 則代表技術退步。

### 3.4 貝氏方法

#### 3.4.1 簡介

貝氏方法是由概似函數乘上各參數的先驗分配, 得到聯合驗後分配 (joint posterior distribution), 以下簡稱爲驗後分配, 利用驗後分配對各參數計算統計量。主要的特色在於先驗資訊的加入, 在估計參數時帶有一些人爲或已知的成分。應用在估計成本或距離函數時, 主要優點是可將單調性與曲度這些不等號限制條件, 加諸於目標函數, 由此估計得到的迴歸係數值, 保證符合這些不等號限制條件。此外, 貝氏方法將無效率項 $u_{it}$ 視爲隨機參數, 由於加入先驗資訊 (先驗分配), 可直接對 $u_{it}$ 進行點估計與區間估計, 而傳統計量經濟方法使用最大概似法估計迴歸係數, 再以條件平均數估計無效率值。

待估參數的統計量是由驗後分配所決定, 然而驗後分配可能是複雜的高維度分配, 不易由積分得到各參數之邊際分配。因此, 需要模擬出複雜

臺灣大學學術期刊資料庫

的驗後分配, 從中重複抽取足夠多的參數樣本, 並以這些樣本估計參數的統計量。馬可夫鏈蒙地卡羅法 (Markov chain Monte Carlo, MCMC) 即爲模擬高維度的複雜分配而使用的抽樣方法。其中兩種常見方法爲 Gibbs sampling 與 Metropolis-Hasting。

Gibbs sampling 的概念, 是由驗後分配中推導各參數的條件分配後, 對各參數的條件分配進行抽樣, 其樣本平均數會收斂至驗後分配該參數的母體平均值, 此方法的關鍵在於需要推導出各參數的條件分配。Metropolis-Hasting 法不需要知道條件分配的型態, 僅需能夠計算出某兩組參數樣本下, 驗後分配的機率密度比值即可。此方法的優點在於不需要推導出條件分配, 因此使用上較沒有限制, 也能適用到更複雜的分配, 譬如考慮限制條件的情況; 缺點在於抽取的參數樣本依賴於上一組的參數樣本, 樣本間容易有較高的自我相關 (autocorrelation) 問題, 導致模型收斂速度較慢。

貝氏方法的區間估計立基於可信區間 (credible interval), 爲加入先驗資訊下建構出來的固定區間, 但母體參數爲隨機變數, 故可解釋爲母體參數位於此區間的機率。最常用來決定區間上下分位數的方法有兩種, 同尾 (equal-tail) 與最高驗後密度 (highest posterior density, HPD)。同尾可信區間意即95%機率下, 上下尾各爲2.5%之面積。由於面積對稱因此較爲簡易且常被使用, 本文亦採用之。

貝氏估計方法下欲檢測估計值收斂與否, 常見的診斷方法如 Geweke、Heidelberger-Welch test (HW test) 和 Gelman and Rubins 等。本研究多方嘗試使用 Geweke 和 HW test 兩種方法進行診斷, 由於結果差強人意,[2] 爲增強檢定結果的說服力, 改用 Lin and Lan (2010) 比較簡易判斷方法, 利用蒙地卡羅標準誤 (Monte Carlo standard error, MC error),[3] 若某參數

[2]第5節實證分析, 發現不受限制模型以及受限制但不考慮環境變數的模型 (模型1–3), 兩種診斷方法結果尚佳, 但同時考慮限制條件與環境變數的模型 (模型4), 檢定結果未臻理想, Geweke 方法有6個係數未通過診斷檢定, HW test 有5個係數未通過診斷檢定。

[3]蒙地卡羅標準誤 (Monte Carlo standard error, MC error) 來自於蒙地卡羅抽樣時, 以樣本平均數估計母體平均數所產生的標準誤。設總抽樣次數爲 $n = ab$, 即分成 $a$ 群, 每群有 $b$ 個樣本, 通常令 $a = b = \sqrt{n}$。各群平均值表爲: $\bar{Y}_j = (1/b)\Sigma_{i=(j-1)b+1}^{jb}$, $j = 1, \cdots, a$, 變異數:

$$\hat{\sigma}_g^2 = \frac{b}{a-1}\Sigma_{j=1}^{a}\left(\bar{Y}_j - \bar{g}_n\right)^2 。$$

蒙地卡羅標準誤 (Monte Carlo standard error, MC error) 定義爲 MC error $= \hat{\sigma}_g/\sqrt{n}$。

臺灣大學學術期刊資料庫

之蒙地卡羅誤差小於5%的樣本標準差, 該參數估計值可視爲收斂, 即 MC error/ 樣本標準差 $\leq 0.05$。

### 3.4.2 貝氏方法估計方向與射線距離函數

#### (1) 先驗分配

貝氏方法涉及到先驗資訊的給定, 參考 (18) 式, 方向距離函數的待估參數爲 $\beta$、$\sigma^2$ 以及 $u_{it}$ 與 $\lambda^{-1}$。$\beta$ 的先驗分配設定爲

$$p(\beta) \propto I\left(\beta \in R_j^{\beta}\right)。 \tag{35}$$

其中 $I(\cdot)$ 1或0的指標函數; $R_j^{\beta}$ 爲能滿足單調性與曲度限制的 $\beta$ 集合, $j = 0$ 代表未加入任何限制條件, $j = 1$ 代表同時加入單調性與曲度限制。

爲方便推導驗後分配, 以 $h = 1/\sigma^2$ 作 $\sigma^2$ 的替換變數, $h$ 的先驗分配設定爲

$$p(h) \propto \frac{1}{h}, \tag{36}$$

其中 $h = 1/\sigma^2 > 0$, 此設定與 O'Donnell and Coelli (2005) 和 Feng and Serletis (2014) 相同, 屬於無資訊先驗分配 (non-informative prior), 可以簡化後續 $h$ 之條件分配的推導過程。

根據 Broeck et al. (1994), $u_{it}$ 的先驗分配若設定爲指數分配, 給定不同高階參數會得到較爲穩健的無效率估計值; 另一方面, 可簡化條件分配的推導, 因此本研究選擇指數分配:

$$p\left(u_{it}\middle|\lambda^{-1}\right) = Exp\left(u_{it}\middle|\lambda^{-1}\right)。 \tag{37}$$

上式需給定參數 $\lambda^{-1}$ 的先驗分配, 亦設定爲指數分配

$$p\left(\lambda^{-1}\right) = Exp\left(\lambda^{-1}\middle|\rho^*\right), \tag{38}$$

式中 $\rho^*$ 即爲前述之高階參數, 代表資料期間內對無效率值的先驗認知。在無限制模型下, 由於沒有平均無效率值的資訊, 採用 Feng and Serletis (2014) 的方法, 設定 $\rho^* = 50\% \times \bar{y}$, 同時嘗試給定不同的 $\rho^*$ 值, 作爲穩健性 (robustness) 檢查。Feng and Serletis (2014) 的實證結果, 確認給定不

臺灣大學學術期刊資料庫

同高階參數值, 參數估計值具有穩健性。在我們後續的實證分析中, 結果也是如此。在有限制模型下, 設定 $\rho^*$ 爲無限制且無環境變數下所估計的無效率值的中位數。

根據 (28) 式, 產出面距離函數的待估參數包括 $\alpha$、$\sigma_\varepsilon^2$、$\epsilon_{it}$ 與 $\lambda_\epsilon^{-1}$, 其中 $\alpha$ 與 $\sigma_\varepsilon^2$ 的先驗分配設定與 (35) 和 (36) 式類似, 故不贅述。$\epsilon_{it}$ 的先驗分配設定爲指數分配

$$p\left(\epsilon_{it}\middle|\lambda_\epsilon^{-1}\right) = Exp\left(\epsilon_{it}|\lambda_\epsilon^{-1}\right)。 \tag{39}$$

參數 $\lambda_\epsilon^{-1}$ 先驗分配, 也設定爲指數分配

$$p\left(\lambda_\epsilon^{-1}\right) = Exp\left(\lambda_\epsilon^{-1}\middle| -\ln\left(\rho_\epsilon^*\right)\right)。 \tag{40}$$

依循 Feng and Serletis (2014), 設定其高階參數 $\rho_\epsilon^* = 0.83$。

### (2) 驗後分配

如果誤差項 $v$ 假設爲常態分配, 可推導出方向距離函數的概似函數:

$$\begin{aligned} L\left(y|\beta,h,u,\lambda^{-1}\right) = {} & \Pi_{i=1}^K\Pi_{t=1}^T \\ & \left\{\sqrt{\frac{h}{2\pi}} \times \exp\left[-\frac{h}{2}\left(y_{it} - s_{it}'\beta + u_{it}\right)^2\right]\right\} \\ & \propto h^{\frac{KT}{2}} \exp\left[-\frac{h}{2}v'v\right]。 \end{aligned} \tag{41}$$

式中 $v = (y - s'\beta = u)$, 結合概似函數與各參數的先驗分配, 可得驗後分配

$$\begin{aligned} f\left(\beta,h,u,\lambda^{-1}|y\right) \propto {} & h^{\frac{KT}{2}} \exp\left[-\frac{h}{2}v'v\right] I\left(\beta \in R_j^\beta\right) \times \\ & \Pi_{i=1}^K\Pi_{t=1}^T\left[\lambda^{-1}\exp\left(-\lambda^{-1}u_{it}\right)\right] \times \exp\left(-\rho^*\lambda^{-1}\right)。 \end{aligned} \tag{42}$$

實際上從驗後分配直接抽樣相當困難, 取而代之者, 利用前面提到的 Gibbs sampling, 從各參數的條件分配中分別抽樣, 各參數的樣本平均數可證明會收斂至母體平均數; 各參數的條件分配稍後詳述。

臺灣大學學術期刊資料庫

如果誤差項 $\varepsilon$ 假設爲常態分配, 產出面距離函數的概似函數爲

$$L\left(-\ln y\middle|\alpha, h_\varepsilon, \epsilon, \lambda_\epsilon^{-1}\right) = \Pi_{i=1}^{K}\Pi_{t=1}^{T}\left\{\sqrt{\frac{h_\varepsilon}{2\pi}} \times \exp\left[-\frac{h_\varepsilon}{2}\left(-\ln y_{it} - w_{it}'\alpha - \epsilon_{it}\right)^2\right]\right\} \propto h_\varepsilon^{\frac{KT}{2}} \exp\left[-\frac{h_\varepsilon}{2} v_\varepsilon' v_\varepsilon\right]。 \tag{43}$$

其中 $v_\varepsilon = (-\ln y - w'\alpha - \epsilon)$。結合概似函數與各參數的先驗分配, 可得驗後分配

$$f\left(\alpha, h_\varepsilon, \epsilon, \lambda_\epsilon^{-1}\middle| -\ln y\right) \propto h_\varepsilon^{\frac{KT}{2}-1} \exp\left[-\frac{h_\varepsilon}{2} v_\varepsilon' v_\varepsilon\right] I\left(\alpha \in R_j^\alpha\right) \times \Pi_{i=1}^{K}\Pi_{t=1}^{T}\left[\lambda_\epsilon^{-1} \exp\left(-\lambda_\epsilon^{-1}\epsilon_{it}\right)\right] \times \exp\left(\ln\left(\rho_\epsilon^*\right)\lambda_\epsilon^{-1}\right)。 \tag{44}$$

同樣利用 Gibbs sampling, 從各參數的條件分配中分別抽樣。

### (3) 條件分配

將 (40) 式驗後分配積分, 可得方向距離函數各參數的條件分配:

$$p\left(\beta\middle|y, h, u, \lambda^{-1}\right) \propto f_{Normal}\left(\beta\middle|b, h^{-1}\left(ss'\right)^{-1}\right) I\left(\beta \in R_j^\beta\right), \tag{45}$$

$$p\left(h\middle|y, \beta, u, \lambda^{-1}\right) \propto f_{Gamma}\left(h\middle|\frac{K}{2}, \frac{1}{2}v'v\right), \tag{46}$$

$$p\left(u\middle|y, \beta, h, \lambda^{-1}\right) \propto f_{Normal}\left(u\middle|s'\beta - y - (h\lambda)^{-1}\iota_{KT}, h^{-1}I_{KT}\right) \times \Pi_{i=1}^{K}\Pi_{t=1}^{T} I\left(u_{it} \geq 0\right), \tag{47}$$

$$p\left(\lambda^{-1}\middle|y, \beta, h, u\right) \propto f_{Gamma}\left(\lambda^{-1}\middle|KT+1, u'\iota_{KT} + \rho^*\right)。 \tag{48}$$

其中 $b = (ss')^{-1}s[y+u]$, $I_{KT}$ 爲 $KT \times KT$ 的單位矩陣, $\iota_{KT}$ 爲由 1 組成的 $KT \times 1$ 向量。

$h$ 與 $\lambda^{-1}$ 的隨機抽樣, 相當於分別從 (46) 與 (48) 式的伽瑪分配 (Gamma distribution) 中抽取; $u$ 的抽樣, 相當於從 (47) 式的截斷常態分配 (truncated normal distribution) 中抽取; 抽樣 $\beta$ 的 (45) 式則較爲麻煩, 因爲

臺灣大學學術期刊資料庫

出現指標函數, 該條件分配並非常態分配, 無法直接藉由 Gibbs Sampling 抽出滿足限制條件的參數樣本。然而, 還是能藉由常態分配與指標函數的數值相乘, 得到機率密度的數值。因此針對 $\beta$ 抽樣時, 可以仿照 O'Donnell and Coelli (2005), 使用 Metropolis-Hasting 方法, 所抽出的 $\beta$ 樣本平均也將收斂到 $\beta$ 條件分配的母體平均。由於我們只針對 Gibbs sampling 中難以抽樣的某條件分配, 採用 Metropolis-Hasting 抽樣方法, 故可稱爲 Metropolis-Hasting Within Gibbs。[4]

將 (44) 式驗後分配積分, 可得射線距離函數的條件分配:

$$p\left(\alpha\middle|-\ln y,h_{\varepsilon},\epsilon,\lambda_{\epsilon}^{-1}\right)\propto f_{Normal}\left(\alpha\middle|b_{\alpha},h_{\varepsilon}^{-1}\left(ww'\right)^{-1}\right)I\left(\alpha\in R_{j}^{\alpha}\right), \tag{49}$$

$$p\left(h_{\varepsilon}\middle|-\ln y,\alpha,\epsilon,\lambda_{\epsilon}^{-1}\right)\propto f_{Gamma}\left(h_{\varepsilon}\middle|\frac{KT}{2},\frac{1}{2}v_{\varepsilon}'v_{\varepsilon}\right), \tag{50}$$

$$p\left(\epsilon\middle|-\ln y,\alpha,h_{\varepsilon},\lambda_{\epsilon}^{-1}\right)\propto f_{Normal}\left(\epsilon\middle|-\ln y-w'\alpha-\left(h_{\varepsilon}\lambda_{\varepsilon}\right)^{-1}\times\right.$$
$$\left.\iota_{KT},h_{\varepsilon}^{-1}I_{KT}\right)\times\Pi_{i=1}^{K}\Pi_{t=1}^{T}I\left(\epsilon_{it}\geq 0\right), \tag{51}$$

$$p\left(\lambda_{\epsilon}^{-1}\middle|-\ln y,\alpha,h_{\varepsilon},\epsilon\right)\propto f_{Gamma}\left(\lambda_{\epsilon}^{-1}\middle|KT+1,\epsilon'\iota_{KT}-\ln\left(\rho_{\epsilon}^{*}\right)\right)。 \tag{52}$$

其中 $b_{\alpha}=(ww')^{-1}w[-\ln y-\epsilon]$ $I_{KT}$ 爲 $KT\times KT$ 的單位矩陣, $\iota_{KT}$ 爲由 1 組成的 $KT\times 1$ 向量。抽樣方式同方向距離函數。

### 3.4.3 考慮環境變數

#### (1) 先驗分配

前小節對於無效率項, 都給定相同的先驗分配參數, 意味著不同年度與不同國家, 其無效率值服從相同的分配與相同參數, 似乎過於強烈。較合理的假設應容許無效率值隨國家與時間不同而有所差異, 即假設先驗分配之參數隨著時間與國家不同而改變。參考 Koop, Osiewalski, and Steel (1997) 本研究選取 4 個外生環境變數, 表爲 $z_{1it}$, $z_{2it}$, $z_{3it}$ 與 $z_{4it}$, 無效率項的先驗

[4]細節請參考 Breheny (2016)。

臺灣大學學術期刊資料庫

分配重新表爲

$$p\left(u_{it}\middle|\lambda_{it}^{-1}\right)=Exp\left(u_{it}\middle|\lambda_{it}^{-1}\right),\ \ \lambda_{it}^{-1}=\theta_1^{z_{1it}}\theta_2^{z_{2it}}\theta_3^{z_{3it}}\theta_4^{z_{4it}},\qquad(53)$$

其中 $\theta_1,\theta_2,\theta_3$ 與 $\theta_4$ 爲四個環境變數分別對應之待估參數。現在需要給定這些參數的先驗分配, 由於缺乏它們的先驗資訊, 均給它們相同的分配與高階參數, 即

$$p\left(\theta_n\right)=Exp\left(\theta_n\middle|\rho^*\right),\quad n=1,\cdots,4。\qquad(54)$$

高階參數 $\rho^*$ 的設定請參考 (38) 式, $\beta$ 與 $h=1/\sigma^2$ 之先驗分配不變, 如 (35) 與 (36) 式。射線距離函數無效率項的先驗分配表爲

$$p\left(\epsilon_{it}\middle|\lambda_{\epsilon it}^{-1}\right)=Exp\left(\epsilon_{it}\middle|\lambda_{\epsilon it}^{-1}\right),\ \ \lambda_{\epsilon it}^{-1}=\omega_1^{z_{1it}}\omega_2^{z_{2it}}\omega_3^{z_{3it}}\omega_4^{z_{4it}},\qquad(55)$$

其中 $\omega_1,\omega_2,\omega_3$ 與 $\omega_4$ 爲四個環境變數分別對應之待估係數。由於缺乏它們的先驗資訊, 因此也給定相同的分配與相同的高階參數, 表爲

$$p\left(\omega_n\right)=Exp\left(\omega_n\middle|-\ln\left(\rho_\epsilon^*\right)\right)\quad n=1,\cdots,4,\qquad(56)$$

$\alpha$ 與 $h_\varepsilon=1/\sigma_\varepsilon^2$ 之先驗分配, 如同無環境變數的狀況。

Koop, Osiewalski, and Steel (1997) 提到若環境變數爲連續變數, 則無法藉由 Gibbs sampling 推導出條件分配, 導致從驗後分配抽樣的困難度增加。因此, 依循他們的建議選擇將環境變數設定爲 4 種類別 (虛擬) 變數, 且不含截距項。如此, 這四個待估係數代表各類別變數對無效率項的邊際影響。由於指數分配的平均數爲參數之倒數, 因此若所估計 $\theta_1,\theta_2,\theta_3$ 與 $\theta_4$ 或 $\omega_1,\omega_2,\omega_3$ 與 $\omega_4$ 的參數值越小, 意味著 $u_{it}$ (或 $\epsilon_{it}$) 先驗分配的平均無效率值越大。

### (2) 驗後分配

方向距離函數加入環境變數後, 概似函數仍與 (41) 式相同, 結合先驗分配

臺灣大學學術期刊資料庫

得到驗後分配

$$f\left(\beta, h, u, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4 \middle| y\right) \propto h^{\frac{KT}{2}-1} \exp\left[-\frac{h}{2} v'v\right] I\left(\beta \in R_j\right)$$
$$\times \Pi_{i=1}^{K} \Pi_{t=1}^{T} \left[\theta_1^{z_{1it}} \theta_2^{z_{2it}} \theta_3^{z_{3it}} \theta_4^{z_{4it}} \exp\left(\theta_1^{z_{1it}} \theta_2^{z_{2it}} \theta_3^{z_{3it}} \theta_4^{z_{4it}} u_{it}\right)\right]$$
$$\times \exp\left(-\rho^* \theta_1\right) \times \exp\left(-\rho^* \theta_2\right) \times \exp\left(-\rho^* \theta_3\right) \times \exp\left(-\rho^* \theta_4\right)。 \tag{57}$$

射線距離函數亦可做類似推導, 得到驗後分配

$$f\left(\alpha, h_\varepsilon, \epsilon, \lambda_\epsilon^{-1} \middle| -\ln y\right) \propto h_\varepsilon^{\frac{KT}{2}-1} \exp\left[-\frac{h_\varepsilon}{2} v_\varepsilon' v_\varepsilon\right] I\left(\alpha \in R_j^{\alpha}\right)$$
$$\times \Pi_{i=1}^{K} \Pi_{t=1}^{T} \left[\omega_1^{z_{1it}} \omega_2^{z_{2it}} \omega_3^{z_{3it}} \omega_4^{z_{4it}} \exp\left(\omega_1^{z_{1it}} \omega_2^{z_{2it}} \omega_3^{z_{3it}} \omega_4^{z_{4it}}\right) \epsilon_{it}\right]$$
$$\times \exp\left(\ln\left(\rho_\epsilon^*\right) \omega_1\right) \times \exp\left(\ln\left(\rho_\epsilon^*\right) \omega_2\right) \times \exp\left(\ln\left(\rho_\epsilon^*\right) \omega_3\right)$$
$$\times \exp\left(\ln\left(\rho_\epsilon^*\right) \omega_4\right)。 \tag{58}$$

同樣的, 根據多維度驗後分配難以計算各參數之統計量, 因此需要利用 Gibbs sampling 從條件分配中抽取參數樣本進行估計。

### (3) 條件分配

方向距離函數加入環境變數後, $\beta$ 與 $h = 1/\sigma^2$ 之條件分配仍不變, 同 (45) 與 (46) 兩式。$u$ 之條件分配則爲

$$p\left(u \middle| y, \beta, h, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4\right) \propto f_{Normal}\left(u \middle| s'\beta - y - h^{-1}\lambda^{-1}, h^{-1} I_{KT}\right)$$
$$\times \Pi_{i=1}^{K} \Pi_{t=1}^{T} I\left(u_{it} \geq 0\right), \tag{59}$$

其中 $\lambda^{-1} = (\lambda_{11,\ldots}^{-1}, \lambda_{1T,\ldots}^{-1}, \lambda_{K1,\ldots}^{-1}, \lambda_{KT}^{-1})'$ 爲 $KT \times 1$ 向量, $\lambda_{it}^{-1}$ 的設定同 (48) 式。四個 $\theta$ 參數的條件分配爲

$$p\left(\theta_1 \middle| y, \beta, h, u, \theta_2, \theta_3, \theta_4\right) \propto$$
$$f_{Gamma}\left(\theta_1 \middle| \sum_{i=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} z_{1it} + 1, \sum_{i=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} z_{1it} u_{it} + \rho^*\right), \tag{60}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

$$p\left(\theta_2\middle|y,\beta,h,u,\theta_1,\theta_3,\theta_4\right)\propto$$
$$f_{Gamma}\left(\theta_2\middle|\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{2it}+1,\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{2it}u_{it}+\rho^*\right), \tag{61}$$
$$p\left(\theta_3\middle|y,\beta,h,u,\theta_1,\theta_2,\theta_4\right)\propto$$
$$f_{Gamma}\left(\theta_3\middle|\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{3it}+1,\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{3it}u_{it}+\rho^*\right), \tag{62}$$
$$p\left(\theta_4\middle|y,\beta,h,u,\theta_1,\theta_2,\theta_3\right)\propto$$
$$f_{Gamma}\left(\theta_4\middle|\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{4it}+1,\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{4it}u_{it}+\rho^*\right)。 \tag{63}$$

射線距離函數下加入環境變數後，$\alpha$ 與 $h_\varepsilon/\sigma_\varepsilon^2$ 的條件分配仍與 (49) 與 (50) 式相同。而 $\epsilon$ 之條件分配變爲

$$p\left(\epsilon\middle|-\ln y,\alpha,h_\varepsilon,\lambda_\epsilon^{-1}\right)\propto f_{Normal}\left(\epsilon\middle|-\ln y-w'\alpha-h_\varepsilon^{-1}\lambda_\varepsilon^{-1},h_\varepsilon^{-1}I_{KT}\right)$$
$$\times\Pi_{i=1}^{K}\Pi_{t=1}^{T}I\left(\epsilon_{it}\geq 0\right), \tag{64}$$

其中 $\lambda_\varepsilon^{-1}=(\lambda_{\varepsilon 11}^{-1},\cdots,\lambda_{\varepsilon 1T}^{-1},\cdots,\lambda_{\varepsilon K1}^{-1},\cdots,\lambda_{\varepsilon KT}^{-1})'$ 爲 $KT\times 1$ 向量，$\lambda_{\varepsilon it}^{-1}$ 的設定同 (52) 式。四個 $\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4$ 參數的條件分配爲

$$p\left(\omega_1\middle|-\ln y,\alpha,h_\varepsilon,\epsilon,\omega_2,\omega_3,\omega_4\right)\propto$$
$$f_{Gamma}\left(\omega_1\middle|\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{1it}+1,\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{1it}\epsilon_{it}-\ln\left(\rho_\epsilon^*\right)\right), \tag{65}$$
$$p\left(\omega_2\middle|-\ln y,\alpha,h_\varepsilon,\epsilon,\omega_1,\omega_3,\omega_4\right)\propto$$
$$f_{Gamma}\left(\omega_2\middle|\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{2it}+1,\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{2it}\epsilon_{it}-\ln\left(\rho_\epsilon^*\right)\right), \tag{66}$$
$$p\left(\omega_3\middle|-\ln y,\alpha,h_\varepsilon,\epsilon,\omega_1,\omega_2,\omega_4\right)\propto$$
$$f_{Gamma}\left(\omega_3\middle|\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{3it}+1,\sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}z_{3it}\epsilon_{it}-\ln\left(\rho_\epsilon^*\right)\right), \tag{67}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

表 1: 變數定義與敘述統計量

| 變數 | 定義 | 單位 | 平均數 | 中位數 | 標準差 | 最大值 | 最小值 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| EMP | 從業人數 | 百萬人 | 20.81 | 4.27 | 74.78 | 781.38 | 0.05 |
| RKNA | 實質資本存量 | 百萬美元 | 1,100,348 | 166,234 | 3,544,011 | 40,615,356 | 1,848 |
| $CO_2$ | $CO_2$ 排放量 | 千公噸 | 189,597 | 28,439 | 667,126 | 8,286,892 | 29 |
| GDP | 實質 GDP | 百萬美元 | 363,583 | 65,927 | 1,112,646 | 13,144,400 | 1,130 |

註: RKNA 與 GDP 皆採用 2005 年價格平減。

$$p\left(\omega_4 \middle| -\ln y, \alpha, h_\varepsilon, \epsilon, \omega_1, \omega_2, \omega_3\right) \propto f_{Gamma}\left(\omega_4 \middle| \sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T} z_{4it} + 1, \sum_{i=1}^{K}\sum_{t=1}^{T} z_{4it}\epsilon_{it} - \ln\left(\rho_\epsilon^*\right)\right)。 \tag{68}$$

分別從 (45)、(46)、(59)–(63) 式與 (49)、(50)、(64)–(68) 式中抽取參數樣本, 即可對各參數之平均數與標準差進行估計, 也可得到各參數之 95%可信區間。後續的實證分析, 在方向距離函數與射線距離函數兩種模型下, 可分爲有、無限制條件與有、無環境變數, 共八種模型進行估計和比較。

## 4 資料與套裝軟體

實證分析使用之資料主要來源爲 Penn World Table (version 8.0), 期間爲 1970 年至 2010 年, 刪除資料不齊全者, 得到 88 國各 41 年的平衡縱橫資料 (balanced panel data), 共 3,608 個樣本; 88 國名稱與編號如附錄 3, 所有金額變數均以 2005 年百萬美元表示。要素投入以 $x_1$ 代表勞工人數 (EMP), $x_2$ 代表資本存量 (RKNA), 產出 $y$ 爲國內生產毛額 (GDP), 時間趨勢項以 $t$ 代表, $b$ 代表非意欲產出, 爲二氧化碳排放量 ($CO_2$)。[5] 各變數之定義與敘述統計量如表 1。

實證估計時需要給定 $\lambda^{-1}$ 與 $\lambda_\varepsilon^{-1}$ 之高階參數 $\rho^*$ 與 $\rho_\epsilon^*$, 無限制的方向距離函數設定 $\rho^* = 50\% \times \bar{y}$, 資料中 $\bar{y} = 363,583$, 因此給定 $\rho^* = 180,000$; 有限制的方向距離函數設定 $\rho^* = 16,410$, 爲無限制且無環境變

[5]此資料來自世界銀行 (World Bank)。與 Feng and Serletis (2014) 相同, 本文選取二氧化碳排放量作爲非意欲產出變數, Fernández, Koop, and Steel (2002) 使用氮氣排放量, Färe et al. (2005) 則使用二氧化硫排放量, 當作非意欲產出。

臺灣大學學術期刊資料庫

表 2: 環境變數定義與敘述統計量

| 變數 | 定義 | 平均數 | 中位數 | 標準差 | 最大值 | 最小值 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| hc | 該國人均人力資本指數 | 2.247 | 2.264 | 0.588 | 3.619 | 1.040 |
| open | 該國進出口占 GDP 比重 | 0.521 | 0.369 | 0.513 | 4.691 | 0.001 |

註: 人力資本指數依據就學年數 (Barro and Lee, 2013) 與教育報酬 (Psacharopoulos, 1994) 計算。

數下所估計的無效率值中位數。射線距離函數則不分有、無限制, 一律設定 $\rho_\epsilon^* = 0.83$。

基於環境變數的可取得性與資料完整性, 本研究收集到各國的教育水準 (HC) 與開放程度 (open) 等兩個變數, 均爲連續型資料, 定義與統計量如表 2。

前文提到環境變數最好是類別變數, 依據它們的中位數分成四類:

若 $hc_{it} > 2.264$ 且 $open_{it} > 0.369$, 屬於高教育與高開放度;

若 $hc_{it} > 2.264$ 且 $open_{it} < 0.369$, 屬於高教育與低開放度;

若 $hc_{it} > 2.264$ 且 $open_{it} > 0.369$, 屬於低教育與高開放度;

若 $hc_{it} > 2.264$ 且 $open_{it} < 0.369$, 屬於低教育與低開放度。

進一步計算各類別的平均產出, 列於表 3。可發現 3,608 筆資料中, 約有三分之一的資料屬於高教育與高開放度之類別 1, 另三分之一的資料爲屬於低教育與低開放度之類別 4, 剩下三分之一約略均勻分布在類別 2 與類別 3。對平均產出而言, 在高教育與低開放度下, 有最高的平均產出, 而低教育與高開放度下最少。[6]

根據各國所得水準, 按世界銀行標準分成四類, 即高所得、中高所得、中低所得與低所得國家, 各所得類別的樣本數如表 4, 其中以高所得類別樣本數占多數, 其次依序爲中高所得與中低所得, 低所得樣本數最少。

本文將使用貝氏程式語言套裝軟體: WinBUGS, 其優點爲不需給予各參數之條件分配形式, 僅需提供模型與先驗分配, 此軟體可自行推導並抽

[6]進一步檢視樣本國家在這四組分布狀況, 發現僅有 19 國始終固定在同一組, 占全體樣本比例爲 21.6%, 分布在兩個組別者有 39 國 (44.3%), 分布在三個組別者有 24 國 (27.3%), 分布在四個組別者有 6 國 (6.8%)。作者們感謝本刊評審的建議, 列出以上分布狀況。

臺灣大學學術期刊資料庫

表 3: 各教育與開放度類別的平均產出

| | 類別 1<br>高教育與<br>高開放度 | 類別 2<br>高教育與<br>低開放度 | 類別 3<br>低教育與<br>高開放度 | 類別 4<br>低教育與<br>低開放度 |
|---|---|---|---|---|
| 資料個數 | 1,199 | 604 | 606 | 1,199 |
| 平均產出 | 315,139.50 | 1,048,873.00 | 81,026.96 | 209,620.40 |

表 4: 各所得類別的定義與資料個數

| 定義 | 高所得 | 中高所得 | 中低所得 | 低所得 |
|---|---|---|---|---|
| (2011 年該國人均所得) | 高於 $12,746 | 介於 $4,125–$12,746 | 介於 $1,045–$4,125 | 低於 $1,045 |
| 樣本數 | 1,517 | 902 | 738 | 451 |

樣。程式撰寫技巧可參考 Griffin and Steel (2007), 該文提供一些 WinBUGS 於隨機邊界法下的範例。

因貝氏估計依賴馬可夫鏈蒙地卡羅法, 必須給定起始值。估計無限制方向與射線距離函數時, 隨意給定的起始值大都能讓 WinBUGS 順利抽取出參數樣本。然而, 估計有限制的方向距離函數時, 起始值的給定很重要, 攸關能否成功抽樣。在實際估計過程中, 發現對於所有 $i$ 與 $t$, 若 $u_{it}$ 的起始值給定爲非 0 數值, 通常無法成功地抽樣。因此在估計有限制方向距離函數時, 均設起始值 $u_{it} = 0$。至於 $\beta$ 的起始值, 由於需同時在所有資料點下滿足單調性與曲度限制條件, 如附錄一之 (A3)–(A5) 等三式以及 $\beta_9 \leq 0$, 難以隨機的方式給定。因此, 將 (18) 式二階項所對應的 $\beta$ 係數, 即 $\beta_7, \beta_8, \beta_{10}, \beta_{15}, \beta_{16}, \beta_{17}, \beta_{18}, \beta_{19}, \beta_{20}$, 起始值都給 0,[7] 使得限制條件縮減爲 $\beta_{2-initial} \geq 0$, $\beta_{3-initial} \geq 0$, $0 \leq \beta_{4-initial} \leq 1$ 與 $\beta_{9-initial} \leq 0$,。換言之, 這四個參數的起始值, 僅需分別給定非負、非負、介於 0 與 1 以及非正, 即可使得給定的 $\beta$ 起始值能滿足限制條件。而 $h = 1/\sigma^2$ 與 $\lambda^{-1}$ 之起始值, 依經驗需要給合理值 $10^2$ 倍以上, 或是 $10^{-2}$ 倍以下, 才使得 WinBUGS 容易進行抽樣。舉例來說, 以無限制模型的估計結果, $\hat{h}$ 的合

[7] 無限制的模型 1 與 2, $\beta$ 的起始值均爲 1。

臺灣大學學術期刊資料庫

理值大約爲 $10^{-10}$, 而我們在有限制模型時給定 $h_{initial}$ 爲 $10^{-24}$, 才使得 WinBUGS 能順利抽樣。同理, 有環境變數模型的 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 與 $\theta_4$ 起始值給定也是如此, 需要給與合理值有大幅差異的起始值, 才容易使得程式順利抽樣。上述給起始值的方法, 能夠變動的參數起始值不多, 因此有限制模型無法嘗試多組起始值, 不易觀察不同起始值是否能收斂至相同的估計值。取而代之, 我們使用的診斷方法爲蒙地卡羅標準誤與樣本標準差之比較。

至於抽樣次數, 由於無限制模型收斂較快, 因此在方向與射線距離函數的無限制與無環境變數以及無限制但加入環境變數狀況下, 各抽樣 4 萬 5 千次, 前 5 千次作爲燃燒樣本 (burn-in) 捨去, 因此, 這四個模型各有 4 萬組參數樣本。有限制模型收斂較慢, 抽樣次數需較多。有限制而無環境變數的方向距離函數, 抽樣 18 萬次, 前 1 萬次作爲燃燒樣本捨去, 共 17 萬組參數樣本; 而有限制且加入環境變數的情況下, 抽樣 20 萬次, 前 2 萬次作爲燃燒樣本捨去, 共 18 萬組參數樣本。估計有限制的射線距離函數時, 不論有無環境變數都抽樣 20 萬次, 前 2 萬次作爲燃燒樣本捨去, 因此兩模型各有 18 萬組參數樣本。

運用 WinBUGS 軟體估計模型 1 與 2 時, 因爲這兩個模型沒有加入單調性與曲度等限制條件, 故不須使用 Metropolis-Hasting 方法。估計模型 3 與 4 時須加入上述限制條件, WinBUGS 會自行針對較單純的模型採取 Gibbs sampling, 較複雜的模型則搭配使用 Metropolis algorithm 等抽樣方法。此時 WinBUGS 才會提供 acceptance rate, 它是根據過去 100 個樣本點, 計算平均 acceptance rate 外, 亦會提供過去 100 個樣本點的最大值與最小值接受率。至於 WinBUGS 的 Metropolis 演算法則是採用 current Metropolis MCMC 演算法, 該方法是根據對稱常態建議分配 (symmetric normal proposal distribution) 抽樣, 並根據前 4000 個樣本點調整標準差, 讓接受率介於 20% ～ 40%間。

## 5 實證分析

第一小節討論係數估計結果, 第二小節分析效率分數估計值, 最後一小節探討技術進步率。以上各小節的分析, 均以方向距離函數爲主軸, 輔之以

臺灣大學學術期刊資料庫

表 5: 模型 1 係數估計值 (方向距離函數未加入限制條件與環境變數)

| 變數 | 參數 | 平均數 | 標準差 | MC Error | 2.5%下界 | 中位數 | 97.5%上界 | $\frac{\text{MC Error}}{\text{標準差}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Intercept | $\beta_0$ | 28.94 | 9911 | 53.52 | −19,290 | 35.29 | 19,380 | 0.005 |
| $x_1$ | $\beta_2$ | −11,860 | 4,052 | 199.6 | −19,390 | −11,990 | −3,638 | 0.049 |
| $x_2$ | $\beta_3$ | 0.7212 | 0.225 | 0.0066 | 0.2826 | 0.721 | 1.165 | 0.028 |
| $\tilde{b}$ | $\beta_4$ | −7.761 | 0.5077 | 0.0154 | −8.774 | −7.758 | −6.774 | 0.030 |
| $t$ | $\beta_5$ | 358.6 | 32.73 | 0.6888 | 295 | 358.9 | 423 | 0.021 |
| $x_1^2$ | $\beta_7$ | −8.705 | 0.3979 | 0.0256 | −9.425 | −8.717 | −7.899 | 0.064 |
| $x_2^2$ | $\beta_8$ | −2.60E-08 | 7.99E-10 | 1.96E-11 | −2.75E-08 | −2.60E-08 | −2.44E-08 | 0.024 |
| $\tilde{b}^2$ | $\beta_9$ | −1.69E-07 | 4.31E-09 | 1.26E-10 | −1.77E-07 | −1.69E-07 | −1.60E-07 | 0.029 |
| $t^2$ | $\beta_{10}$ | −0.3551 | 0.0317 | 6.90E-04 | −0.4173 | −0.3553 | −0.2933 | 0.022 |
| $x_1x_2$ | $\beta_{15}$ | −9.74E-05 | 1.91E-05 | 9.52E-07 | −1.37E-04 | −9.69E-05 | −6.17E-05 | 0.050 |
| $x_1^{\tilde{b}}$ | $\beta_{16}$ | 2.57E-04 | 4.99E-05 | 2.78E-06 | 1.61E-04 | 2.56E-04 | 3.55E-04 | 0.056 |
| $x_1^t$ | $\beta_{17}$ | 6.442 | 2.046 | 0.1006 | 2.288 | 6.51 | 10.25 | 0.049 |
| $x_2^{\tilde{b}}$ | $\beta_{18}$ | 6.42E-08 | 1.82E-09 | 4.81E-11 | 6.06E-08 | 6.42E-08 | 6.78E-08 | 0.026 |
| $x_2^t$ | $\beta_{19}$ | −3.46E-04 | 1.13E-04 | 3.20E-06 | −5.70E-04 | −3.46E-04 | −1.26E-04 | 0.028 |
| $\tilde{b}_t$ | $\beta_{20}$ | 0.004247 | 2.56E-04 | 7.79E-06 | 0.0038 | 0.0042 | 0.0048 | 0.030 |
| | $h$ | 1.43E-08 | 1.04E-09 | 3.41E-11 | 1.24E-08 | 1.42E-08 | 1.64E-08 | 0.033 |
| | $\lambda^{-1}$ | 2.48E-05 | 4.76E-07 | 7.74E-09 | 2.39E-05 | 2.48E-05 | 2.57E-05 | 0.016 |

射線距離函數的結果。

## 5.1 係數估計結果

本節首先分析和比較方向距離函數的四種結果, 即無限制與無環境變數、無限制但加入環境變數、有限制而無環境變數以及有限制並加入環境變數等, 分別命名爲模型 1 至模型 4, 射線距離函數的四種模型則命名爲模型 5 至模型 8。

模型 1 至 4 的係數估計值, 分別置於表 5 至表 8 中。對於模型的收斂診斷, 參考 Lin and Lan 的診斷方法, 四個模型除模型 1 與模型 2 之 $\beta_7$ 與 $\beta_{16}$ 的 (MC Error/標準差) 略大於 0.05 以外, 其餘都小於 0.05, 顯示四個模型收斂情形尚佳。至於參數的顯著性, 可觀察 2.5%下界與 97.5%上界可信區間的正負號, 若同號代表達到 5%顯著水準。四個模型分別僅有 1、3、4 與 4 個參數不顯著。

爲節省篇幅, 不列出射線距離函數的係數估計結果, 四個模型全部的係

臺灣大學學術期刊資料庫

表 6: 模型 2 係數估計值 (方向距離函數未加入限制條件但加入環境變數)

| 變數 | 參數 | 平均數 | 標準差 | MC Error | 2.5%下界 | 中位數 | 97.5%上界 | $\frac{\text{MC Error}}{\text{標準差}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Intercept | $\beta_0$ | 120.6 | 10,020 | 51.84 | −19,370 | 43 | 19,920 | 0.005 |
| $x_1$ | $\beta_2$ | 1,285 | 3,040 | 132 | −4,683 | 1,356 | 7,182 | 0.043 |
| $x_2$ | $\beta_3$ | 0.5754 | 0.2418 | 0.0093 | 0.1073 | 0.5777 | 1.048 | 0.039 |
| $\tilde{b}$ | $\beta_4$ | −6.802 | 0.5551 | 0.0233 | −7.893 | −6.803 | −5.725 | 0.042 |
| $t$ | $\beta_5$ | 206.3 | 28.94 | 0.9064 | 149.7 | 206.1 | 263.2 | 0.031 |
| $x_1^2$ | $\beta_7$ | −12.08 | 0.3386 | 0.0213 | −12.73 | −12.09 | −11.39 | 0.063 |
| $x_2^2$ | $\beta_8$ | −2.67E-08 | 8.10E-10 | 2.78E-11 | −2.83E-08 | −2.67E-08 | −2.51E-08 | 0.034 |
| $\tilde{b}^2$ | $\beta_9$ | −1.82E-07 | 4.93E-09 | 2.08E-10 | −1.92E-07 | −1.82E-07 | −1.72E-07 | 0.042 |
| $t^2$ | $\beta_{10}$ | −0.2035 | 0.0277 | 9.04E-04 | −0.258 | −0.2033 | −0.1493 | 0.033 |
| $x_1x_2$ | $\beta_{15}$ | −1.67E-04 | 1.73E-05 | 8.07E-07 | −2.00E-04 | −1.68E-04 | −1.31E-04 | 0.047 |
| $x_1^{\tilde{b}}$ | $\beta_{16}$ | 5.50E-04 | 4.33E-05 | 2.23E-06 | 4.59E-04 | 5.52E-04 | 6.33E-04 | 0.052 |
| $x_1^t$ | $\beta_{17}$ | −0.13 | 1.534 | 0.0664 | −3.11 | −0.1645 | 2.882 | 0.043 |
| $x_2^{\tilde{b}}$ | $\beta_{18}$ | 6.76E-08 | 1.98E-09 | 7.62E-11 | 6.37E-08 | 6.76E-08 | 7.15E-08 | 0.039 |
| $x_2^t$ | $\beta_{19}$ | −2.75E-04 | 1.22E-04 | 4.69E-06 | −5.12E-04 | −2.76E-04 | −3.95E-05 | 0.039 |
| $\tilde{b}_t$ | $\beta_{20}$ | 0.0035 | 2.79E-04 | 1.17E-05 | 0.0032 | 0.0035 | 0.0043 | 0.042 |
| | $h$ | 2.02E-08 | 1.73E-09 | 8.02E-11 | 1.70E-08 | 2.01E-08 | 2.39E-08 | 0.046 |
| $z_1$ | $\theta_1$ | 2.71E-05 | 8.77E-07 | 1.81E-08 | 2.54E-05 | 2.71E-05 | 2.89E-05 | 0.021 |
| $z_2$ | $\theta_2$ | 1.04E-05 | 4.44E-07 | 9.58E-09 | 9.56E-06 | 1.04E-05 | 1.13E-05 | 0.022 |
| $z_3$ | $\theta_3$ | 4.51E-05 | 2.00E-06 | 1.66E-08 | 4.13E-05 | 4.51E-05 | 4.91E-05 | 0.008 |
| $z_4$ | $\theta_4$ | 3.87E-05 | 1.26E-06 | 2.07E-08 | 3.63E-05 | 3.87E-05 | 4.12E-05 | 0.016 |

數估計值 (MC Error/標準差) 都小於 0.05, 顯示收斂情形皆良好, 且大多數達到 5%顯著水準, 僅模型 5 與模型 8 分別有 1 與 3 個參數不顯著。

將四個模型的參數估計值代入單調性與曲度限制條件, 檢查各樣本是否滿足這些條件, 整理不滿足的樣本個數如表 9。模型 1 與 2 所有樣本僅滿足曲度限制, 另 4 個單調性條件, 都存在個數不一的樣本點, 無法符合要求, 顯示有必要將這些限制條件一併納入迴歸模型中。加入限制條件的模型 3 與 4, 所有樣本點均滿足所有單調性與曲度限制, 符合預期。[8]

[8] 貝氏方法的模型檢定一般採用 DIC 進行比較, 其概念與 AIC 或 BIC 相同, 當模型的 DIC 值越低, 其模型配適度越佳。然而, 可能因爲本研究模型設定相當複雜, Winbugs 無法直接提供 DIC 值。作者們利用方向距離函數係數估計值自行計算 AIC 和 BIC 值進行比較, 發現無論 AIC 或 BIC 值, 它們的大小順序皆爲: 模型 4 < 模型 1 < 模型 3 < 模型 2。模型 4 確實優於其他模型, 雖然模型 1 的 AIC 與 BIC 值優於模型 3 與 2, 但因未納入單調性與曲度限制條件, 不符合經濟理論的要求。

臺灣大學學術期刊資料庫

表 7: 模型 3 係數估計值 (方向距離函數加入限制條件但無環境變數)

| 變數 | 參數 | 平均數 | 標準差 | MC Error | 2.5%下界 | 中位數 | 97.5%上界 | MC Error / 標準差 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Intercept | $\beta_0$ | −85.73 | 1,024 | 43.08 | −2,111 | −91.07 | 1,994 | 0.042 |
| $x_1$ | $\beta_2$ | −584.3 | 129.2 | 6.363 | −771.7 | −624 | −302.2 | 0.049 |
| $x_2$ | $\beta_3$ | 0.1059 | 0.0056 | 2.76E-04 | 0.0981 | 0.1046 | 0.1187 | 0.049 |
| $\tilde{b}$ | $\beta_4$ | 0.373 | 0.0114 | 5.64E-04 | 0.3477 | 0.3771 | 0.3852 | 0.049 |
| $t$ | $\beta_5$ | −27.92 | 4.832 | 0.2379 | −35.99 | −29.02 | −16.82 | 0.049 |
| $x_1^2$ | $\beta_7$ | −0.0028 | 0.0115 | 2.80E-04 | −0.0235 | −0.0037 | 0.0234 | 0.024 |
| $x_2^2$ | $\beta_8$ | 2.57E-10 | 1.05E-10 | 1.66E-12 | 2.19E-10 | 2.48E-10 | 3.38E-10 | 0.016 |
| $\tilde{b}^2$ | $\beta_9$ | −8.25E-09 | 6.87E-10 | 3.35E-11 | −8.85E-09 | −8.58E-09 | −6.46E-09 | 0.049 |
| $t^2$ | $\beta_{10}$ | 0.0375 | 0.0033 | 1.63E-04 | 0.0311 | 0.0378 | 0.0438 | 0.049 |
| $x_1x_2$ | $\beta_{15}$ | 1.38E-06 | 2.14E-06 | 1.03E-07 | −1.59E-06 | 9.38E-07 | 6.86E-06 | 0.048 |
| $x_1^{\tilde{b}}$ | $\beta_{16}$ | −2.52E-06 | 3.86E-06 | 1.85E-07 | −1.24E-05 | −1.83E-06 | 3.09E-06 | 0.048 |
| $x_1^t$ | $\beta_{17}$ | 0.3002 | 0.0647 | 0.0032 | 0.1584 | 0.3196 | 0.3946 | 0.049 |
| $x_2^{\tilde{b}}$ | $\beta_{18}$ | −3.52E-10 | 1.53E-10 | 5.69E-12 | −4.84E-10 | −3.75E-10 | −8.61E-11 | 0.037 |
| $x_2^t$ | $\beta_{19}$ | −1.95E-05 | 1.12E-06 | 5.53E-08 | −2.14E-05 | −1.96E-05 | −1.63E-05 | 0.049 |
| $\tilde{b}_t$ | $\beta_{20}$ | 1.31E-04 | 8.71E-06 | 4.29E-07 | 1.08E-04 | 1.33E-04 | 1.42E-04 | 0.049 |
| | $h$ | 7.59E-09 | 2.64E-09 | 1.29E-10 | 2.51E-09 | 8.05E-09 | 1.15E-08 | 0.049 |
| | $\lambda^{-1}$ | 1.55E-05 | 5.86E-07 | 2.55E-08 | 1.46E-05 | 1.53E-05 | 1.69E-05 | 0.043 |

至於射線距離函數, 模型 5 與 6 僅 $x_2$ 的單調性在兩個模型都能滿足, 曲度與 $x_1$ 的單調性條件, 都存在個數不一的樣本, 無法符合要求。模型 7 與 8 加入限制條件, 參數估計值都滿足單調性與曲度限制, 亦符合預期。

模型 2 與 4 的環境變數的係數估計值列於表 6 與表 8 的 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3$ 與 $\hat{\theta}_4$, 分別代表高教育與高開放度、高教育與低開放度、低教育與高開放度、低教育與低開放度等 4 個類別。無效率項的先驗分配服從指數分配, 此分配的平均值爲四個參數估計值之倒數, 若參數值越小, 意指平均無效率值越大。模型 2 估計的參數相對大小爲 $\theta_2$ (高教育低開放) $<$ $\theta_1$ (高教育高開放) $<$ $\theta_4$ (低教育低開放) $<$ $\theta_3$ (低教育高開放), 模型 4 估計的相對大小爲 $\theta_2$ (高教育低開放) $<$ $\theta_4$ (低教育低開放) $<$ $\theta_1$ (高教育高開放) $<$ $\theta_3$ (低教育高開放)。因此兩者的先驗資訊都告訴我們平均無效率值在類別 2 (高教育與低開放度) 爲最大, 類別 3 (低教育與高開放度) 最小。

爲驗證模型 2 與 4 環境係數估計值的合理性, 參考表 3, 列出四個類別的平均產出。高教育與高開放度的國家如英國、瑞典、瑞士、荷蘭、紐西蘭與

臺灣大學學術期刊資料庫

表 8: 模型 4 係數估計值 (方向距離函數同時加入限制條件與環境變數)

| 變數 | 參數 | 平均數 | 標準差 | MC Error | 2.5%下界 | 中位數 | 97.5%上界 | $\frac{\text{MC Error}}{\text{標準差}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Intercept | $\beta_0$ | −136.8 | 1,042 | 45.72 | −2,095 | −152.8 | 1,936 | 0.044 |
| $x_1$ | $\beta_2$ | −583.5 | 42.36 | 2.049 | −643.4 | −589.2 | −478.4 | 0.048 |
| $x_2$ | $\beta_3$ | 0.4427 | 0.0015 | 7.09E-05 | 0.4405 | 0.4424 | 0.4461 | 0.048 |
| $\tilde{b}$ | $\beta_4$ | 0.5433 | 0.0032 | 1.54E-04 | 0.5363 | 0.544 | 0.5482 | 0.048 |
| $t$ | $\beta_5$ | −26.99 | 6.135 | 0.2978 | −38.5 | −24.55 | −18.45 | 0.049 |
| $x_1^2$ | $\beta_7$ | −2.64E-04 | 0.0117 | 3.04E-04 | −0.0215 | −0.0012 | 0.0273 | 0.026 |
| $x_2^2$ | $\beta_8$ | −4.63E-11 | 1.00E-10 | 3.73E-13 | −6.06E-11 | −4.63E-11 | −3.67E-11 | 0.004 |
| $\tilde{b}^2$ | $\beta_9$ | −2.43E-10 | 1.67E-10 | 6.50E-12 | −4.57E-10 | −2.49E-10 | −1.78E-11 | 0.039 |
| $t^2$ | $\beta_{10}$ | 0.0329 | 0.0061 | 2.94E-04 | 0.0241 | 0.0306 | 0.0442 | 0.049 |
| $x_1x_2$ | $\beta_{15}$ | 1.78E-06 | 2.24E-06 | 1.07E-07 | −1.49E-06 | 1.24E-06 | 6.14E-06 | 0.048 |
| $x_1^{\tilde{b}}$ | $\beta_{16}$ | −2.77E-06 | 3.83E-06 | 1.84E-07 | −9.95E-06 | −1.95E-06 | 3.33E-06 | 0.048 |
| $x_1^t$ | $\beta_{17}$ | 0.2987 | 0.0215 | 0.0010 | 0.2457 | 0.3014 | 0.3292 | 0.048 |
| $x_2^{\tilde{b}}$ | $\beta_{18}$ | −6.10E-11 | 1.01E-10 | 7.31E-13 | −8.05E-11 | −6.09E-11 | −2.09E-11 | 0.007 |
| $x_2^t$ | $\beta_{19}$ | −1.94E-04 | 9.71E-07 | 4.71E-08 | −1.95E-04 | −1.94E-04 | −1.92E-04 | 0.048 |
| $\tilde{b}_t$ | $\beta_{20}$ | 6.57E-05 | 4.59E-06 | 2.23E-07 | 5.59E-05 | 6.71E-05 | 7.31E-05 | 0.049 |
| | $h$ | 1.97E-08 | 2.63E-09 | 1.16E-10 | 1.39E-08 | 1.99E-08 | 2.48E-08 | 0.044 |
| $z_1$ | $\theta_1$ | 2.26E-05 | 7.22E-07 | 1.22E-08 | 2.12E-05 | 2.26E-05 | 2.41E-05 | 0.017 |
| $z_2$ | $\theta_2$ | 3.94E-06 | 1.64E-07 | 1.95E-09 | 3.63E-06 | 3.94E-06 | 4.27E-06 | 0.012 |
| $z_3$ | $\theta_3$ | 4.26E-05 | 1.90E-06 | 9.46E-09 | 3.90E-05 | 4.26E-05 | 4.64E-05 | 0.005 |
| $z_4$ | $\theta_4$ | 1.76E-05 | 5.55E-07 | 9.44E-09 | 1.65E-05 | 1.76E-05 | 1.87E-05 | 0.017 |

表 9: 方向距離函數不滿足單調性與曲度限制條件的樣本數

| 限制條件 | 模型 1 | 模型 2 | 模型 3 | 模型 4 |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{\partial \overrightarrow{D}_0(y,b,x,t;1,-1)}{\partial x_1} = \beta_2 + \beta_7 x_1 + \beta_{15} x_2 + \beta_{16}\tilde{b} + \beta_{17} t \geq 0$ | 82 | 87 | 0 | 0 |
| $\frac{\partial \overrightarrow{D}_0(y,b,x,t;1,-1)}{\partial x_2} = \beta_3 + \beta_8 x_2 + \beta_{15} x_1 + \beta_{18}\tilde{b} + \beta_{19} t \geq 0$ | 46 | 56 | 0 | 0 |
| $\frac{\partial \overrightarrow{D}_0(y,b,x,t;1,-1)}{\partial b} = \beta_4 + \beta_9\tilde{b} + \beta_{16} x_1 + \beta_{18} x_2 + \beta_{20} t \geq 0$ | 0 | 2 | 0 | 0 |
| $\frac{\partial \overrightarrow{D}_0(y,b,x,t;1,-1)}{\partial y} = \beta_4 + \beta_9\tilde{b} + \beta_{16} x_1 + \beta_{18} x_2 + \beta_{20} t \leq 0$ | 2 | 3 | 0 | 0 |
| 曲度: $\beta_9 \leq 0$ | 0 | 0 | 0 | 0 |

臺灣大學學術期刊資料庫

挪威等國, 主要爲歐洲與大洋洲等已開發國家, 具有次高的平均產出; 高教育與低開放度的國家如美國、日本、澳洲、波蘭與斯里蘭卡等, 包含產出排名第一的美國與排名第三的日本, 且此類國家個數最少, 導致平均值最高; 低教育與高開放度的國家如敘利亞、莫三比克等國家, 產出相對最低; 低教育與低開放度國家包括中國、印度、巴西等較大經濟體與其他較小國家如馬拉威等, 此類別的國家數相對較多, 造成平均產出次低。因此, 將各類別以平均產出排序後可得到: 類別 2 > 類別 1 > 類別 4 > 類別3, 排序恰與模型 2一致, 但模型 4額外要求滿足單調性與曲度, 導致其 $\hat{\theta}_1$ 與 $\hat{\theta}_4$ 順序互換, 唯整體排序差異不大, 可推測兩模型四個環境變數的係數估計值, 相對大小尚屬合理。

在射線距離函數方面, 模型6與8的環境變數的係數估計值 $\hat{\omega}_1$, $\hat{\omega}_2$, $\hat{\omega}_3$ 與 $\hat{\omega}_4$, 分別代表高教育與高開放度、高教育與低開放度、低教育與高開放度、低教育與低開放度等4個類別。模型6與8的估計值, 大小順序皆爲 $\hat{\omega}_4 < \hat{\omega}_3 < \hat{\omega}_2 < \hat{\omega}_1$, 此順序明顯與方向距離函數得到者不同, 顯示模型中是否考慮非意欲產出, 會影響平均無效率值的估計結果。

## 5.2 效率分數估計結果

貝氏方法可以替每個樣本點, 估計一個無效率值, 共得到3,608個 $u_{it}$ 的估計值與標準差。因爲無效率值的大小, 與一國經濟規模有關, 大國的無效率值通常大於小國, 故直接分析與比較無效率值意義不大, 分析效率分數比較恰當, 計算公式爲 (20) 式, 方向距離函數的計算結果如表10。模型2的平均效率分數高於模型1, 模型4高於模型3, 顯示加入環境變數後, 有助於提升平均效率分數估計值; 模型3低於模型1, 模型4低於模型2, 加入限制條件降低平均效率分數估計值。在射線距離函數方面, 利用 (33) 式計算效率分數, 四個模型得到的平均效率分數都在0.8以上, 加入環境變數反而大幅降低平均效率分數, 與預期不符; 限制條件加入與否, 對於平均效率分數值沒有太大影響。另一方面, 由於射線距離函數無法考慮非意欲產出, 傾向高估效率分數, 模型5至8的平均效率分數值的確皆大於模型1至4。綜合以上分析, 都支持使用方向距離函數從事實證分析。

圖1繪出方向距離函數各年度所有國家平均效率分數, 四個模型均顯

臺灣大學學術期刊資料庫

表 10: 方向距離函數效率分數敘述統計量

| | 平均數 | 標準差 | 最小值 | 中位數 | 最大值 |
|---|---|---|---|---|---|
| 模型 1 | 0.693 | 0.229 | 0.060 | 0.746 | 1 |
| 模型 2 | 0.719 | 0.212 | 0.086 | 0.767 | 1 |
| 模型 3 | 0.651 | 0.244 | 0.059 | 0.710 | 1 |
| 模型 4 | 0.698 | 0.210 | 0.093 | 0.750 | 1 |

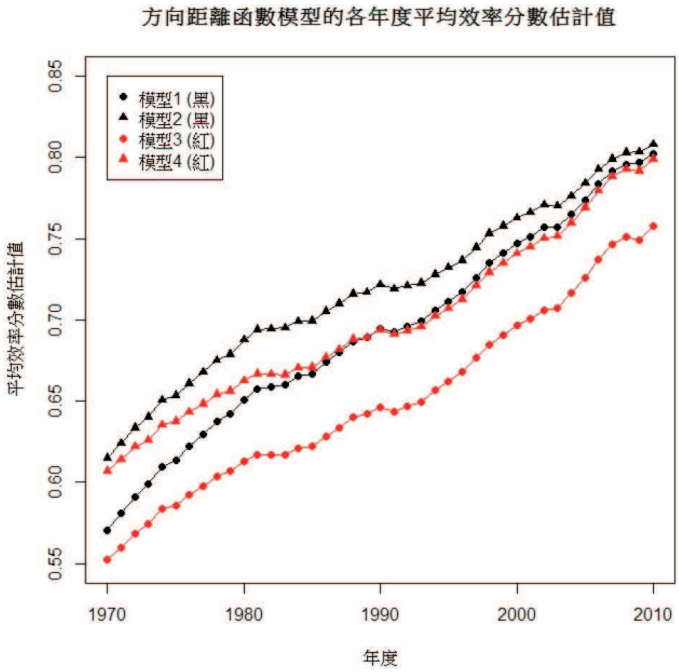



圖 1: 方向距離函數各年度平均效率分數

示效率分數呈現向上的長期趨勢, 實際生產量隨時間經過, 沿著 (1, -1) 的方向逐漸靠近生產邊界。射線距離函數的圖形未呈現, 僅模型 6 與 8 納入環境變數者有類似上升的長期趨勢, 模型 5 與 7 呈水平線且兩條曲線幾乎重疊。

使用模型 4 係數估計值實際計算各組別的效率分數, 整理如表 11。可

臺灣大學學術期刊資料庫

表 11: 模型 4 依教育和開放程度分類之平均效率分數

| 類別 | 樣本數 | 平均值 |
|---|---|---|
| 高教育高開放 | 1,199 | 0.7457 |
| 高教育低開放 | 604 | 0.7383 |
| 低教育高開放 | 606 | 0.5919 |
| 低教育低開放 | 1,199 | 0.6846 |

表 12: 方向距離函數各所得類別的平均效率分數

| | 高所得 | 中高所得 | 中低所得 | 低所得 |
|---|---|---|---|---|
| 模型 1 | 0.770 | 0.716 | 0.656 | 0.451 |
| 模型 2 | 0.789 | 0.741 | 0.692 | 0.486 |
| 模型 3 | 0.720 | 0.667 | 0.620 | 0.439 |
| 模型 4 | 0.744 | 0.704 | 0.695 | 0.540 |

看出高教育水準國家的平均效率值高於低教育水準國家, 至於開放程度對效率值之影響, 取決於教育水準; 在高教育水準的國家中, 高開放度有助於提升技術效率, 但兩者差異未達統計顯著; 在低教育水準的國家中, 高開放度不利技術效率的提升, 且兩者差異達到統計顯著。(Stokey, 1991) 與 Young (1991) 認爲國家貿易開放, 假如只單純從其他國家進口高技術含量的產品, 反而不利本國人力資本累積, 可以說明爲何在低教育水準的國家, 高開放度國家的效率分數反而較低。

根據各國所得水準分類後, 計算各類別平均效率分數值, 如表 12。發現四種模型都是在高所得有最高的平均效率分數值, 中高所得次之, 中低所得再次之, 低所得國家的平均效率分數值最低。射線距離函數的排序與表 12 相同。

人均所得較高的國家, 通常經濟發展程度與生產技術較高, 也擁有較高管理能力, 故能在相同的要素投入量之下, 生產較多的商品; 或爲生產相同的商品數量, 使用較少的要素投入量, 平均效率分數值因而較高。

臺灣大學學術期刊資料庫

表 13: 方向距離函數每年技術進步率敘述統計量

| | 平均數 | 標準差 | 最小值 | 中位數 | 最大值 |
|---|---|---|---|---|---|
| 模型 1 | 0.0759 | 0.5379 | −0.0886 | 0.0000 | 10.0700 |
| 模型 2 | 0.0649 | 0.4398 | −0.0462 | 0.0028 | 8.2500 |
| 模型 3 | 0.0027 | 0.0154 | −0.3613 | 0.0025 | 0.3536 |
| 模型 4 | 0.0010 | 0.0167 | −0.2100 | 0.0009 | 0.5766 |

### 5.3 技術進步率

根據 (21) 式可以估計每筆資料技術進步率, 表 13 列出敘述統計量。四個模型的平均技術進步率都爲正值, 代表技術進步。模型 1 與模型 2 的標準差遠大於模型 3 與模型 4, 表示加入限制條件後大幅降低標準差。模型 4 的平均技術進步率估計值最小, 其餘三個模型的估計值都較高, 代表未同時考慮限制條件與環境變數的模型, 容易高估技術進步率。

模型 1 與模型 2 的最大值分別爲 10.07 與 8.25, 都屬於不合理的極端值。原因推測爲未加入限制條件的這兩個模型二階係數估計值較大, 而計算技術進步率主要是受到 $t$ 的一階與二階交互作用項係數的影響。因爲 $\overrightarrow{D}_0(y_t, b_t, x_t, t; 1, -1)$ 與 $\overrightarrow{D}_0(y_t, b_t, x_t, t+1; 1, -1)$ 中的 $y_t, b_t, x_t$ 都相同, 兩者僅有 $t$ 與 $t+1$ 的不同, 因此差異在 $t$ 的一階與二階交互作用項係數。舉例來說, 與 $t$ 有關的二階交互作用項係數 ($\beta_{10}, \beta_{17}, \beta_{19}, \beta_{20}$), 表 5 模型 1 的估計值分別爲 (−0.3551, 6.442, −3.46E-04, 0.0042), 表 8 模型 4 的估計值分別爲 (0.0329, 0.2987, −1.94E-04, 6.57E-05), 模型 1 的第一與第四個數值是模型 4 的十倍以上, 導致模型 1 與模型 2 所計算的平均技術進步率較大。相較之下, 加入限制條件的模型 3 與模型 4 在二階係數的估計值較小, 因此計算出的技術進步率無過大現象。O'Donnell and Coelli (2005) 的實證結果同樣指出加入限制條件後將會大幅降低二階係數的估計標準誤, 並且可以發現加入限制條件後二階項係數值明顯降低。由此可見, 加入限制條件的模型另一優點, 在於計算平均技術進步率估計值時能減少離散程度。

利用 (34) 式可以計算射線距離函數的技術進步, 擇要分析結果, 四個模型的平均技術進步率都爲負值, 介於 −0.0042 與 −0.0012 之間, 顯示

臺灣大學學術期刊資料庫

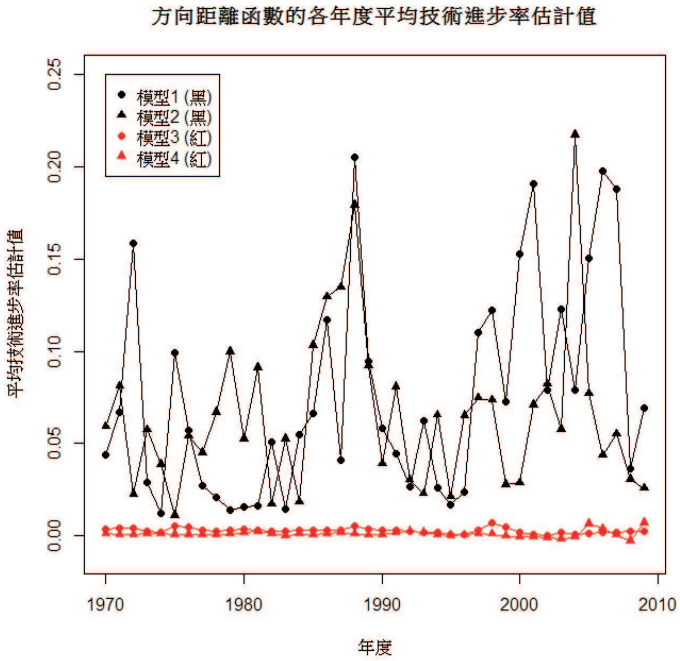



圖 2: 方向距離函數各年平均技術進步率

樣本期間內發生技術退步。此發現與實際情況似有落差, 一般而言, 除非有重大災變發生, 各國的生產技術水準長期之下應呈逐漸上升趨勢。另外, 加入環境變數後會降低平均技術進步率; 加入限制條件後將提升平均技術進步率, 且離散程度降低。由於技術進步率估計值不甚合理, 以下只分析方向距離函數的計算結果。

各國每年平均技術進步率繪於圖 2, 模型 1 與 2 變動幅度較大, 加入限制條件的模型 3 與 4 的變動幅度則小了許多, 與表 13 的數據一致。爲方便觀察, 僅擷取模型 3 與 4 並繪於圖 3, 可清楚觀察到模型 3 與 4 每年平均技術進步率大部分爲正值, 約略介於 −0.3%與 0.8%之間。模型 4 在 1999–2004 年平均技術進步率都爲負值, 可能源於 (i) 2000 年網路泡沫的衝擊與石油價格大漲, 使得進口原油的開發中國家的債務惡化; (ii) 2001 年在美國發生的 911 恐怖攻擊與 2003 年的伊拉克戰爭造成全球恐慌。技術進步率估計值於 2005 至 2007 年復甦後, 又在 2008 年降到了最低點, 約達 −0.3%,

臺灣大學學術期刊資料庫

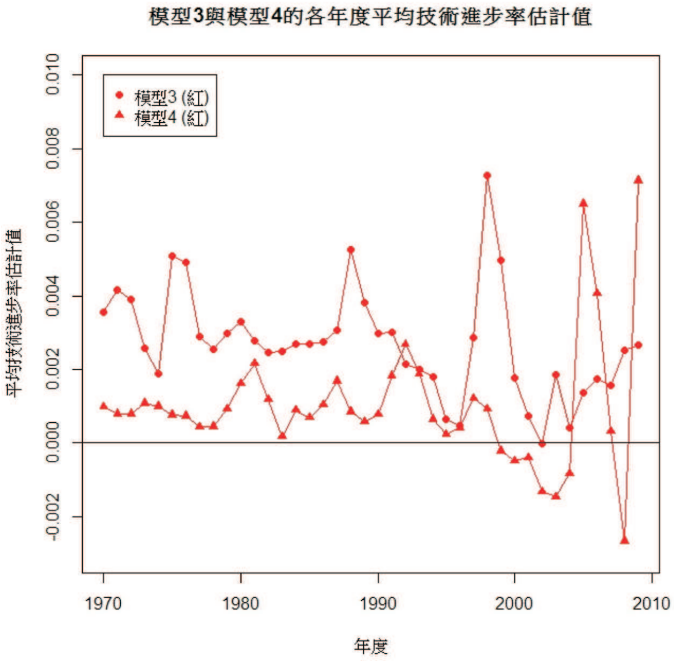



圖 3: 模型 3 與模型 4 各年平均技術進步率

推測應是全球金融海嘯所導致; 於 2009 年達到最高點, 約爲 0.7%, 應與各國政府採取刺激性經濟政策如「量化寬鬆政策」所帶動的市場復甦有關。然而在模型 3 的估計下, 並無如此大幅變動的情形, 可見環境變數的加入具有重大影響。

圖 4 爲各國所有年度的平均技術進步率估計值, 顯示加入限制條件後會大幅降低各國技術進步率的平均數與標準差, 模型 1 與模型 2 計算的各國平均技術進步率明顯較高。[9] 加入限制條件後的模型 3 與 4 沒有這種嚴重偏離現象, 僅擷取模型 3 與 4 的各國平均技術進步率繪於圖 5, 可發現大部

[9]以模型 1 爲例, 有 5 個國家的平均技術進步率估計值大於 0.5, 不太合理; 此外, 某些年度方向距離函數的估計值等於, 表示該年位於生產邊界上。此時若只就 (21) 式右方第一項來看, 技術進步率表爲 $\ln[1 + \overrightarrow{D}_0(y_t, b_t, x_t, t+1; 1, -1)/1]$, 分子越大, 技術進步率估計值也容易偏高。此情況在第 15 國 (中國)、第 26 國 (法國)、第 34 國 (印度)、第 42 國 (日本) 與第 84 國 (美國) 中非常明顯, 而此五國恰爲產出資料中前五大的國家, 故推論產出水準越大的國家, 越容易得到方向距離函數值等於 0 的結果, 導致高估技術進步率。

臺灣大學學術期刊資料庫

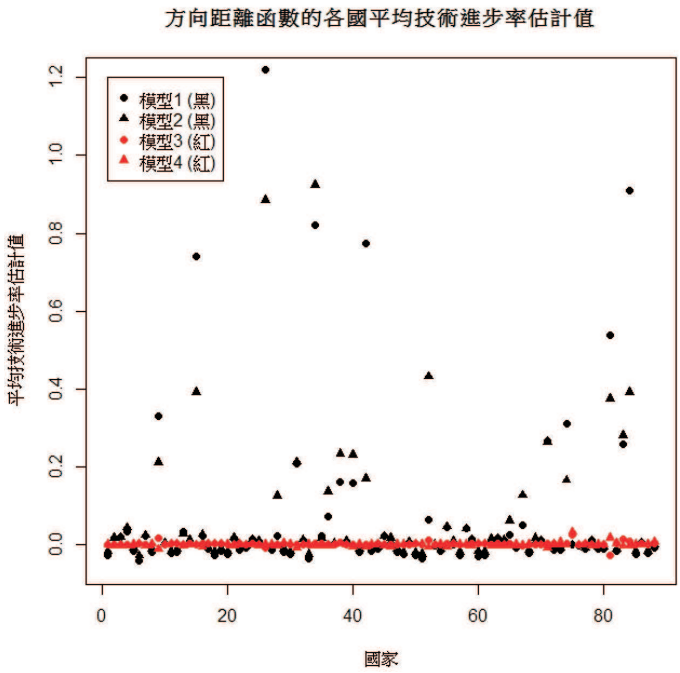



圖 4: 方向距離函數四個模型各國平均技術進步率估計值

分國家的平均技術進步率估計值都介於 −2%與3%之間, 較爲合理, 然而這兩個模型的平均技術進步率仍有差異。將各國平均技術進步率估計值排序後, 由小到大排序1至88號, 計算兩模型排序相關係數 (rank order correlation coefficient) 僅爲0.2418, 顯示將環境變數加入模型中會影響各國平均技術進步率的相對大小。另一方面, 模型3與4在計算技術進步率時, 方向距離函數的估計值都大於0, 顯示加入限制條件後比較不會違反方向距離函數大於0的假設, 同時避免得出過大的技術進步率離群值。

將資料分成高所得、中高所得、中低所得與低所得國家等四群, 分別計算平均技術進步率, 列於表14。模型1與2低所得類別平均技術進步率都爲負值, 顯示低所得國家發生技術退步, 隨著所得水準越高, 平均技術進步率越高, 結果較不符合直覺, 因爲低所得國家技術進步空間較大, 它們的技術進步率通常較高。而加入限制條件後的模型3與4, 四群組的平均技術進步率都爲正值。模型4各群組的排序爲低所得最高, 其次依序爲中低所得,

臺灣大學學術期刊資料庫

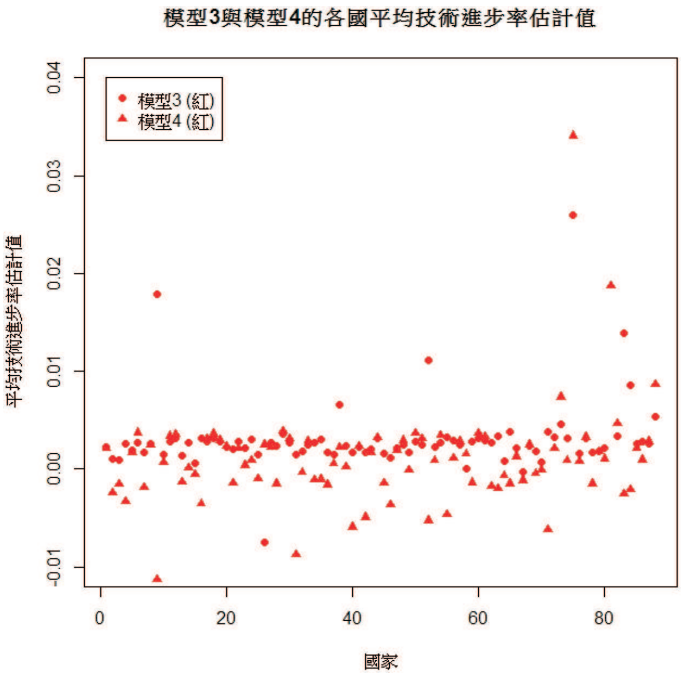



圖 5: 模型 3 與 4 的各國平均技術進步率

表 14: 方向距離函數四種所得類別的平均每年技術進步率

| | 高所得 | 中高所得 | 中低所得 | 低所得 |
|---|---|---|---|---|
| 模型 1 | 0.1201 | 0.0774 | 0.0380 | −0.0143 |
| 模型 2 | 0.0911 | 0.0722 | 0.0480 | −0.0097 |
| 模型 3 | 0.0030 | 0.0018 | 0.0029 | 0.0031 |
| 模型 4 | 0.0002 | 0.0004 | 0.0018 | 0.0036 |

中高所得以及高所得國家, 顯示低所得類別技術進步較快, 而多數爲已開發國家的高所得群組, 技術進步率較低, 顯示同時加入限制條件與環境變數的模型 4, 估計結果較爲合理。

從以上的分析可知, 加入環境變數會提升平均效率分數, 但加入限制條件會降低平均效率分數。未加入限制條件的模型 1 與 2, 傾向大幅高估高產出國家的平均技術進步率; 因此, 較好的選擇爲加入限制條件的模型。

臺灣大學學術期刊資料庫

比較僅加入限制條件與同時加入限制條件與環境變數的模型 3 與 4, 兩者的平均技術進步率仍有差異, 後者在四種所得類別的估計結果均較合理。總而言之, 未加入限制條件或環境變數的模型, 易造成效率分數與技術進步率等的估計結果較不合理, 同時加入限制條件與環境變數的模型是較好的選擇。

## 6 結論

射線距離函數模型由於忽略非意欲產出, 易高估生產單位的效率分數, 低估技術進步率, 故其估計結果參考價值較低。

方向距離函數若未加入限制條件, 將高估效率分數與技術進步率; 未加入環境變數, 將低估效率分數和高估平均技術進步率。另一方面, 加入限制條件後的係數估計值, 能同時滿足方向距離函數的單調性與曲度, 符合此函數的先天性質; 未加入限制條件時, 會有部分資料不符合單調性質。計算各個所得類別的平均技術進步率, 發現僅有同時加入限制條件與環境變數者, 才出現低所得國家技術進步率較高現象, 符合預期。職是之故, 同時加入限制條件與環境變數的方向距離函數, 是比較理想模型, 適合用於探討廠商同時生產意欲與非意欲產出時的技術效率與生產力課題。

未來的研究, 可嘗試使用連續型的環境變數取代本文使用的類別變數, 但需解決連續型環境變數難以推導條件分配的問題, 且不易找到良好的起始值。另外, 使用所有國家資料估計單一效率前緣, 隱含假設所有國家都具有同樣的生產技術, 似乎過於強烈。未來可在共同生產邊界架構下, 將樣本國家區分成不同群組, 例如高、中和低所得群, 或以區域別分群, 然後估計和比較不同群組的生產效率, 可兼顧群組間技術差異和效率的可比較性。

## 附錄 1: 方向距離函數模型

### 1. 單調性限制條件

方向距離函數需對產出 $y$ 爲非遞增, 對非意欲產出 $b$ 爲非遞減, 對於投入

臺灣大學學術期刊資料庫

$x$ 亦爲非遞減。代入轉換性質並令 $b + y = \tilde{b}$, 得到:

$$\frac{\partial \overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1)}{\partial y} = (\beta_4 - 1) + \beta_9\tilde{b} + \beta_{16}x_1 + \beta_{18}x_2 + \beta_{20}t \leq 0, \tag{A.1}$$

$$\frac{\partial \overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1)}{\partial b} = \beta_4 + \beta_9\tilde{b} + \beta_{16}x_1 + \beta_{18}x_2 + \beta_{20}t \geq 0, \tag{A.2}$$

$$\frac{\partial \overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1)}{\partial x_1} = \beta_2 + \beta_7x_1 + \beta_{15}x_2 + \beta_{16}\tilde{b} + \beta_{17}t \geq 0, \tag{A.3}$$

$$\frac{\partial \overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1)}{\partial x_2} = \beta_3 + \beta_8x_2 + \beta_{15}x_1 + \beta_{18}\tilde{b} + \beta_{19}t \geq 0。 \tag{A.4}$$

可發現 $[\overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1)/\partial y] = [\overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1)/\partial b] - 1$, 故 (A.1) 與 (A.2) 兩式可合併爲

$$0 \leq \frac{\partial \overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1)}{\partial b} = \beta_4 + \beta_9\tilde{b} + \beta_{16}x_1 + \beta_{18}x_2 + \beta_{20}t \leq 1。 \tag{A.5}$$

在參數估計時加入 (A.3)–(A.5) 式的限制條件, 等同於在方向距離函數加入單調性限制。

### 2. 曲度限制條件

方向距離函數對產出與非意欲產出的聯合凹性, 可透過海森矩陣 (Hessian matrix) 表達。在單一產出與單一非意欲產出的情況下, 海森矩陣表爲

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \overrightarrow{D}_0(y,b,x,t;1,-1)}{\partial^2 y} & \frac{\partial^2 \overrightarrow{D}_0(y,b,x,t;1,-1)}{\partial y \partial b} \\ \frac{\partial^2 \overrightarrow{D}_0(y,b,x,t;1,-1)}{\partial b \partial y} & \frac{\partial^2 \overrightarrow{D}_0(y,b,x,t;1,-1)}{\partial^2 b} \end{bmatrix}。 \tag{A.6}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

(9) 式對 $y$ 與 $b$ 取二階偏微分後得到

$$\frac{\partial^2 \overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1)}{\partial^2 y} = \beta_6, \tag{A.7}$$

$$\frac{\partial^2 \overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1)}{\partial y \partial b} = \beta_{13}, \tag{A.8}$$

$$\frac{\partial^2 \overrightarrow{D}_0(y, b, x, t; 1, -1)}{\partial^2 b} = \beta_9。 \tag{A.9}$$

根據轉換性質可知 $\beta_6 = \beta_9 = \beta_{13}$, 因此海森矩陣簡化爲

$$H = \begin{bmatrix} \beta_9 & \beta_9 \\ \beta_9 & \beta_9 \end{bmatrix}。 \tag{A.10}$$

參考 Morey (1986) 與 Feng and Serletis (2014), 要求海森矩陣中所有奇數的主子式 (principal minors) 爲非正, 所有偶數的主子式爲非負。即要求 $|\beta_9| \leq 0$ 與

$$\begin{vmatrix} \beta_9 & \beta_9 \\ \beta_9 & \beta_9 \end{vmatrix} \geq 0,$$

此條件必滿足, 故曲度限制條件簡化爲 $\beta_9 \leq 0$。

## 附錄2: 產出面距離函數模型

### 1. 單調性限制條件

在單一產出與兩種投入情況下, translog 產出面距離函數表爲

$$\begin{aligned} \ln D(y, x, t) = {} & \alpha_0 + \alpha_1 \ln y + \alpha_2 \ln x_1 + \alpha_3 x_2 + \alpha_4 t + \frac{1}{2}\alpha_5 (\ln y)^2 \\ & + \frac{1}{2}\alpha_6 (\ln x_1)^2 + \frac{1}{2}\alpha_7 (\ln x_2)^2 + \frac{1}{2}\alpha_8 t^2 + \alpha_9 \ln y \ln x_1 \\ & + \alpha_{10} \ln y \ln x_2 + \alpha_{11} t \ln y + \alpha_{12} \ln x_1 \ln x_2 \\ & + \alpha_{13} t \ln x_1 + \alpha_{14} t \ln x_2。 \end{aligned} \tag{B.1}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

單調性指此函數對產出 $y$ 爲非遞減, 對投入 $x_1$ 與 $x_2$ 爲非遞增。上式針對 $y, x_1$ 與 $x_2$ 取偏導數:

$$\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial y} = \frac{\partial \ln D(y,x,t)}{\partial \ln y}\frac{D(y,x,t)}{y} = (\alpha_1 + \alpha_5 \ln y + \alpha_9 \ln x_1 + \alpha_{10} \ln x_2 + \alpha_{11} t)\frac{D(y,x,t)}{y} \geq 0, \tag{B.2}$$

$$\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1} = \frac{\partial \ln D(y,x,t)}{\partial \ln x_1}\frac{D(y,x,t)}{x_1} = (\alpha_2 + \alpha_6 \ln x_1 + \alpha_9 \ln y + \alpha_{12} \ln x_2 + \alpha_{13} t)\frac{D(y,x,t)}{x_1} \leq 0, \tag{B.3}$$

$$\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} = \frac{\partial \ln D(y,x,t)}{\partial \ln x_2}\frac{D(y,x,t)}{x_2} = (\alpha_3 + \alpha_7 \ln x_2 + \alpha_{10} \ln y + \alpha_{12} \ln x_1 + \alpha_{14} t)\frac{D(y,x,t)}{x_2} \leq 0。 \tag{B.4}$$

因 $D(y,x,t), y, x_1$ 與 $x_2$ 皆非負, 因此 (B.2)–(B.4) 式可簡化爲

$$f_0 = \alpha_1 + \alpha_5 \ln y + \alpha_9 \ln x_1 + \alpha_{10} \ln x_2 + \alpha_{11} t \geq 0, \tag{B.5}$$

$$f_1 = \alpha_2 + \alpha_6 \ln x_1 + \alpha_9 \ln y + \alpha_{12} \ln x_2 + \alpha_{13} t \leq 0, \tag{B.6}$$

$$f_2 = \alpha_3 + \alpha_7 \ln x_2 + \alpha_{10} \ln y + \alpha_{12} \ln x_1 + \alpha_{14} t \leq 0。 \tag{B.7}$$

由於此函數爲產出的一階齊次函數, 要求 $\alpha_1 = 1$ 和 $\alpha_5 = \alpha_9 = \alpha_{10} = \alpha_{11} = 0$, 故 $f_0 = 1 \geq 0$, 必定滿足。因此, 單調性限制剩下 (B.6) 與 (B.7) 兩式。

### 2. 曲度限制條件

$D(y,x,t)$ 對於 $y$ 具有凸性, 指其對於 $y$ 的海森矩陣的所有主子式非負。在單一產出下, 海森矩陣爲 $H_{output} = [\partial^2 D(y,x,t)/\partial y^2]$。(B.1) 式對 $y$ 取二階偏導數, 可得 $H_{output} = [\partial^2 D(y,x,t)/\partial y^2] = [\alpha_5]$。由於一階齊次性要求 $\alpha_5 = 0$, 故 $H_{output} = [0]$, 此凸性條件必定滿足。

$D(y,x,t)$ 對 $x$ 具有準凸性, 充分條件爲其對 $x$ 的鑲邊海森矩陣 (bordered Hessian matrix) 所有鑲邊主子式 (bordered principal minors) 爲負,

臺灣大學學術期刊資料庫

鑲邊主子式之定義可參考 Morey (1986), 表爲

$$H_{output} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1} & \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1} & \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_1 x_2} \\ \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} & \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_2 x_1} & \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_2^2} \end{bmatrix}。 \tag{B.8}$$

限制其所有一與二階邊界主子式爲負, 分別表示爲

$$1^\circ : \begin{cases} \left| \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1} & \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_1^2} \end{bmatrix} \right| = 0 - \left( \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1} \right)^2 < 0, & \text{(B.9)} \\ \left| \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} & \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_2^2} \end{bmatrix} \right| = 0 - \left( \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} \right)^2 < 0。 & \text{(B.10)} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2^\circ : & \left| \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1} & \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1} & \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_1 x_2} \\ \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} & \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_2 x_1} & \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_2^2} \end{bmatrix} \right| \\ & = \left[ 2 \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1} \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_1 x_2} \right. \\ & \quad - \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_1^2} \left( \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} \right)^2 \\ & \quad \left. - \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_2^2} \left( \frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1} \right)^2 \right] < 0。 \end{aligned} \tag{B.11}$$

由於 (A.9) 與 (A.10) 兩式恆滿足, 因此準凸限制僅剩 (B.11) 式, 此式中一階偏導數的部分

$$\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1} = f_1 \frac{D(y,x,t)}{x_1}, \tag{B.12}$$

$$\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} = f_2 \frac{D(y,x,t)}{x_2}。 \tag{B.13}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

二階偏導數的部分

$$\frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_1^2} = \frac{\partial\left[\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1}\right]}{\partial x_1} = \frac{\partial\left[f_1\frac{D(y,x,t)}{x_1}\right]}{\partial x_1} = \frac{\alpha_6}{x_1}\frac{D(y,x,t)}{x_1} + f_1\frac{\partial\frac{D(y,x,t)}{x_1}}{\partial x_1} = \frac{\alpha_6}{x_1}\frac{D(y,x,t)}{x_1} + f_1\left[\frac{f_1\frac{D(y,x,t)}{x_1}}{x_1} - \frac{D(y,x,t)}{x_1^2}\right] = \left(\alpha_6 + f_1^2 - f_1\right)\frac{D(y,x,t)}{x_1^2}, \tag{B.14}$$

$$\frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_2^2} = \frac{\partial\left[\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2}\right]}{\partial x_2} = \frac{\partial\left[f_2\frac{D(y,x,t)}{x_2}\right]}{\partial x_2} = \frac{\alpha_7}{x_2}\frac{D(y,x,t)}{x_2} + f_2\frac{\partial\frac{D(y,x,t)}{x_2}}{\partial x_2} = \frac{\alpha_7}{x_2}\frac{D(y,x,t)}{x_2} + f_2\left[\frac{f_2\frac{D(y,x,t)}{x_2}}{x_2} - \frac{D(y,x,t)}{x_2^2}\right] = \left(\alpha_7 + f_2^2 - f_2\right)\frac{D(y,x,t)}{x_2^2}, \tag{B.15}$$

$$\frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_1 x_2} = \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_2 x_1} = \frac{\partial\left[\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1}\right]}{\partial x_2} = \frac{\partial\left[f_1\frac{D(y,x,t)}{x_1}\right]}{\partial x_2} = \frac{\alpha_{12}}{x_2}\frac{D(y,x,t)}{x_1} + f_1\frac{1}{x_1}\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2} = \frac{\alpha_{12}}{x_2}\frac{D(y,x,t)}{x_1} + f_1\frac{1}{x_1}f_2\frac{D(y,x,t)}{x_2} = (\alpha_{12} + f_1 f_2)\frac{D(y,x,t)}{x_1 x_2}。 \tag{B.16}$$

將 (B.12)–(B.16) 式代入 (B.11) 式, 得到

$$\left[2\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1}\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2}\frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_1 x_2} - \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_1^2}\left(\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_2}\right)^2 - \frac{\partial^2 D(y,x,t)}{\partial x_2^2}\left(\frac{\partial D(y,x,t)}{\partial x_1}\right)^2\right] = \left\{2 f_1\frac{D(y,x,t)}{x_1}f_2\frac{D(y,x,t)}{x_2}(\alpha_{12} + f_1 f_2)\frac{D(y,x,t)}{x_1 x_2} - \left(\alpha_6 + f_1^2 - f_1\right)\frac{D(y,x,t)}{x_1^2}\left(f_2\frac{D(y,x,t)}{x_2}\right)^2 - \left(\alpha_7 + f_2^2 - f_2\right)\frac{D(y,x,t)}{x_2^2}\left(f_1\frac{D(y,x,t)}{x_1}\right)^2\right\} = \frac{\left(D(y,x,t)\right)^3}{x_1^2 x_2^2}\times$$

臺灣大學學術期刊資料庫

$$\left\{2f_1 f_2 (\alpha_{12} + f_1 f_2) - \left(\alpha_6 + f_1^2 - f_1\right) f_2^2 - \left(\alpha_7 + f_2^2 - f_2\right) f_1^2\right\}$$
$$= \frac{\left(D(y,x,t)\right)^3}{x_1^2 x_2^2}\left[2\alpha_{12} f_1 f_2 - (\alpha_6 - f_1) f_2^2 - (\alpha_7 - f_2) f_1^2\right] < 0。 \tag{B.17}$$

由於 $[(D(y,x,t))^3/x_1^2x_2^2] > 0$, 因此 (B.17) 式等同於

$$2\alpha_{12} f_1 f_2 - (\alpha_6 - f_1) f_2^2 - (\alpha_7 - f_2) f_1^2 < 0。 \tag{B.18}$$

上式即爲產出面距離函數對要素投入之準凸性條件。

臺灣大學學術期刊資料庫

**附錄3:**

附表1: 國家別列表

| No. | 國家名稱 | No. | 國家名稱 | No. | 國家名稱 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Albania | 31 | Hong Kong | 61 | Paraguay |
| 2 | Argentina | 32 | Hungary | 62 | Peru |
| 3 | Australia | 33 | Iceland | 63 | Philippines |
| 4 | Austria | 34 | India | 64 | Poland |
| 5 | Bahrain | 35 | Indonesia | 65 | Portugal |
| 6 | Barbados | 36 | Iran | 66 | Qatar |
| 7 | Belgium | 37 | Iraq | 67 | Saudi Arabia |
| 8 | Bolivia | 38 | Ireland | 68 | Senegal |
| 9 | Brazil | 39 | Israel | 69 | Singapore |
| 10 | Bulgaria | 40 | Italy | 70 | South Africa |
| 11 | Cambodia | 41 | Jamaica | 71 | Spain |
| 12 | Cameroon | 42 | Japan | 72 | Sri Lanka |
| 13 | Canada | 43 | Jordan | 73 | Sudan |
| 14 | Chile | 44 | Kenya | 74 | Sweden |
| 15 | China | 45 | Korea | 75 | Switzerland |
| 16 | Colombia | 46 | Kuwait | 76 | Syria |
| 17 | Congo, Dem. Rep. | 47 | Luxembourg | 77 | Tanzania |
| 18 | Costa Rica | 48 | Malawi | 78 | Thailand |
| 19 | Cote d'Ivoire | 49 | Malaysia | 79 | Trinidad & Tobago |
| 20 | Cyprus | 50 | Mali | 80 | Tunisia |
| 21 | Denmark | 51 | Malta | 81 | Turkey |
| 22 | Dominican Republic | 52 | Mexico | 82 | Uganda |
| 23 | Ecuador | 53 | Morocco | 83 | United Kingdom |
| 24 | Egypt | 54 | Mozambique | 84 | United States |
| 25 | Finland | 55 | Netherlands | 85 | Uruguay |
| 26 | France | 56 | New Zealand | 86 | Vietnam |
| 27 | Ghana | 57 | Niger | 87 | Zambia |
| 28 | Greece | 58 | Norway | 88 | Zimbabwe |
| 29 | Guatemala | 59 | Pakistan | | |
| 30 | Honduras | 60 | Panama | | |

臺灣大學學術期刊資料庫

## 參考文獻

Assaf, A. George, Roman Matousek, and Efthymios G. Tsionas (2013), "Turkish Bank Efficiency: Bayesian Estimation With Undesirable Outputs," *Journal of Banking and Finance*, 37(2), 506–517.

Atkinson, Scott E. and Jeffrey H. Dorfman (2005), "Bayesian Measurement of Productivity and Efficiency in the Presence of Undesirable Outputs: Crediting Electric Utilities for Reducing air Pollution," *Journal of Econometrics*, 126(2), 445–468.

Barro, Robert and Jong-Wha Lee (2013), "A New Data Set of Educational Attainment in the World, 1950–2010," *Journal of Development Economics*, 104, 184–198.

Battese, George Edward and Tim J. Coelli (1988), "Prediction of Firm-Level Technical Efficiencies With A Generalized Frontier Production Function and Panel Data," *Journal of Econometrics*, 38(3), 387–399.

——— (1995), "A Model for Technical Inefficiency Effects in A Stochastic Frontier Production Function for Panel Data," *Empirical Economics*, 20(2), 325–332.

Boyd, Gale A., George Tolley, and Joseph Pang (2002), "Plant Level Productivity, Efficiency, and Environmental Performance of the Container Glass Industry," *Environmental and Resource Economics*, 23(1), 29–43.

Breheny, Patrick (2016), "MCMC Methods: Gibbs and Metropolis," **URL**: `http://web.as.uky.edu/statistics/users/pbreheny/701/S13/notes/2-28.pdf`.

Broeck, Julien van den, Gary Koop, Jacek Osiewalski, and Mark F. J. Steel (1994), "Stochastic Frontier Models: A Bayesian Perspective," *Journal of Econometrics*, 61(2), 273–303.

Chambers, Robert G. (2002), "Exact Nonradial Input, Output, and Productivity Measurement," *Economic Theory*, 20(4), 751–765.

Chung, Yangho H., Rolf Färe, and Shawna Grosskopf (1997), "Productivity and Undesirable Outputs: A Directional Distance Function Approach," *Journal of Environmental Management*, 51(3), 229–240.

Färe, Rolf, Shawna Grosskopf, Dong-Woon Noh, and William Weber (2005), "Characteristics of A Polluting Technology," *Journal of Econometrics*, 126(2), 469–492.

Feng, Guohua and Apostolos Serletis (2010), "A Primal Divisia Technical Change Index Based on the Output Distance Function," *Journal of Econometrics*, 159(2), 320–330.

臺灣大學學術期刊資料庫

Feng, Guohua and Apostolos Serletis (2014), "Undesirable Outputs and A Primal Divisia Productivity Index Based on the Directional Output Distance Function," *Journal of Econometrics*, 183(1), 135–146.

Feng, Guohua and Xiaohui Zhang (2012), "Productivity and Efficiency At Large and Community Banks in the US: A Bayesian True Random Effects Stochastic Distance Frontier Analysis," *Journal of Banking and Finance*, 36(7), 1883–1895.

Fernández, Carmen, Gary Koop, and Mark F. J. Steel (2000), "A Bayesian Analysis of Multiple-Output Production Frontiers," *Journal of Econometrics*, 98(1), 47–79.

——— (2002), "Multiple Output Production With Undesirable Outputs: An Application to Nitrogen Surplus in Agriculture," *Journal of the American Statistical Association*, 97(458), 432–442.

Fernández, Carmen, Jacek Osiewalski, and Mark F. J. Steel (1997), "On the Use of Panel Data in Stochastic Frontier Models With Improper Priors," *Journal of Econometrics*, 79(1), 169–193.

Griffin, Jim E. and Mark F. J. Steel (2007), "Bayesian Stochastic Frontier Analysis Using WinBUGS," *Journal of Productivity Analysis*, 27(3), 163–176.

Griffiths, William E., Christopher J. O'Donnell, and Agustina Tan Cruz (2000), "Imposing Regularity Conditions on A System of Cost and Factor Share Equations," *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics*, 44(1), 107–127.

Huang, Clief J. and Jin-Tan Liu (1994), "Estimation of A Non-Neutral Stochastic Frontier Production Function," *Journal of Productivity Analysis*, 5(2), 171–180.

Huang, Tai-Hsin (2005), "A Study on the Productivities of IT Capital and Computer Labor: Firm-Level Evidence From Taiwan's Banking Industry," *Journal of Productivity Analysis*, 24(3), 241–257.

Koop, Gary, Jacek Osiewalski, and Mark F. J. Steel (1997), "Bayesian Efficiency Analysis Through Individual Effects: Hospital Cost Frontiers," *Journal of Econometrics*, 76(1/2), 77–105.

Lee, Jeong-Dong, Jong-Bok Park, and Tai-Yoo Kim (2002), "Estimation of the Shadow Prices of Pollutants With Production/Environment Inefficiency Taken Into Account: A Nonparametric Directional Distance Function Approach," *Journal of Environmental Management*, 64(4), 365–375.

臺灣大學學術期刊資料庫

Lin, Erwin T. J. and Lawrence W. Lan (2010), "Measuring Firm-Specific Efficiencies With Bayesian Stochastic Distance Function," 2010 International Conference on Asia Pacific Business Innovation and Technology Management.

Morey, Edward R. (1986), "An Introduction to Checking, Testing, and Imposing Curvature Properties: The True Function and the Estimated Function," *Canadian Journal of Economics*, 19(2), 207–235.

O'Donnell, Christopher J. and Timothy J. Coelli (2005), "A Bayesian Approach to Imposing Curvature on Distance Functions," *Journal of Econometrics*, 126(2), 493–523.

Psacharopoulos, George (1994), "Returns to Investment in Education: A Global Update," *World development*, 22(9), 1325–1343.

Stokey, Nancy L. (1991), "The Volume and Composition of Trade Between Rich and Poor Countries," *Review of Economic Studies*, 58(1), 63–80.

Terrell, Dek (1996), "Incorporating Monotonicity and Concavity Conditions in Flexible Functional Forms," *Journal of Applied Econometrics*, 11(2), 179–194.

Young, Alwyn (1991), "Learning by Doing and the Dynamic Effects of International Trade," *Quarterly Journal of Economics*, 106(2), 369–405.

投稿日期: 2017年4月11日, 接受日期: 2018年3月5日

臺灣大學學術期刊資料庫

# Imposing Monotonicity and Curvature Conditions on the Bayesian Stochastic Directional Distance Function to Measure Efficiencies

Tai-Hsin Huang

*Department of Money and Banking, National Cheng-Chi University*

Chia-Wei Lin

*Department of Money and Banking, National Cheng-Chi University*

Chu-Nan Hu

*Department of Money and Banking, National Cheng-Chi University*

This paper applies the Bayesian approach to estimate the directional distance function (DDF) with the imposition of monotonicity and curvature, using national data covering 1970–2010. The inefficiency term is further specified as a function of several environmental variables. The salient feature of DDF is its ability to take undesirables into account. For the purpose of comparison we also estimate the output distance function. Evidence is found that the output distance function tends to overestimate the measure of technical efficiency and underestimate the rate of technical change. DDF that imposes monotonicity and curvature is found to be superior to the output distance function in terms of estimated efficiency scores and the rate of technical progress.

Keywords: Bayesian approach, directional distance function, undesirables, monotonicity and curvature

JEL classification: C11, C51, D24

臺灣大學學術期刊資料庫

臺灣大學學術期刊資料庫

臺灣大學學術期刊資料庫