DOI: 10.6277/TER.2015.434.2

集中度風險於結構式商品的量化與分析: 以房屋抵押貸款證券為例

傅信豪・楊啓均・江彌修*

Martin and Wilde (2002) 與 Gordy (2003) 針對巴塞爾協定 (Basel Accords) 中金融機構之投資組合所內之集中度風險提出了相對應的微粒化調整 (Granularity Adjustment) 風險量化準則, 然而該模型僅止於單因子架構下探究單一信用標的集中度風險之量化。本文將其架構延用至結構式商品中, 允許債權群組內之信用標的具不同區域別, 我們採用 Hull and White (2010) 之跨池違約相關性描述, 並結合 Pykhtin (2004) 中延拓單因子聯繫模型至多因子之方式, 進而求取債權群組之單一資產集中度 (Single-Name Concentration) 與區域類別集中度 (Sector Concentration) 風險的量化。本文以房屋抵押貸款證券 (Mortgage Backed Securities, MBS) 爲例, 於集中度風險的考量下, 藉由檢視不同風險情境下分券之損失起賠點, 重新評估房屋抵押貸款證券 AAA 投資級分券信用評級之合理性。研究結果顯示, AAA 評等之分券高度曝險於系統性風險, 且於高風險情境下, 標的房貸之區域集中現象擴大了違約相關性對債權群組損失分配的影響, 致使 AAA 分券之損失起賠點得以超過其實際擔保額度 (subordination) 範圍。

關鍵詞: 房屋抵押貸款證券, 集中度風險, 微粒化調整, 內部信用增強

JEL 分類代號: G11, G21

*前兩位作者爲政治大學金融學系博士候選人第三位作者爲政治大學金融學系副教授, 江彌修爲通訊作者。作者由衷感謝兩位匿名評審對本文所提出的寶貴評論與建議, 並感謝科技部之研究經費補助 (計畫編號: NSC-102-2410-H-004-061)。文中若有任何疏誤, 均屬作者之責。

國立政治大學學術期刊資料庫

經濟論文叢刊 (*Taiwan Economic Review*), 43:4 (2015), 443–493。
國立台灣大學經濟學系出版

1 前言

在信用債權群組 (credit reference pool) 集中度風險的量化上, 巴塞爾協定二 (Basel II) 中的內部評比法 (Internal Rating-Based approach, IRB), 乃藉由 Gordy (2003) 中債權群組服從微粒化之假設 (Granularity Assumption) 而出發, 此微粒化之假設與 Vasicek (1987) 中之大樣本投資組合假設 (Large Portfolio Assumption) 爲一致。微粒化假設隱含: 當債權群組所構成之信用標的資產之數量趨近於無窮大, 整體投資組合即免疫於非系統性風險, 此時標的資產之違約與否全然決定於系統性風險。因而在此假設之下, 違約相關性可藉由單因子繫聯結構模型 (factor copula) 所描述, 且資本計提 (Economic Capital) 僅須考量系統性風險, 其估算過程獨立於標的資產的內違約性質, 進一步支持了實務界之於損失分配估算所做的同質性標的資產 (homogeneous assets) 之假設。

然而現實生活中, 投資組合往往因暴險額分布不均或者資產個數之限制無法達到微粒化假設之要求, 就此, Wilde (2001) 與 Martin and Wilde (2002) 針對 Gordy (2003) 於單因子架構下, 提出未完全分散之非系統風險所需額外提列之微粒化調整 (Granularity Adjustment) 的概念, 更具體地以 Gouriéroux, Laurent, and Scaillet (2000) 方式推導出具解析性的微粒化調整項, 以供巴塞爾協定二第二支柱監理審查程序要求, 提供了量化信用債權群組未能充分分散之非系統風險的衡量, 此即集中度風險 (Concentration Risk) 之源由。

實證研究中 Zeng and Zhang (2001)、Carling, Ronnegard, and Roszbach (2006) 與 Wendin and McNeil (2006) 皆發現: 相同產業下之資產的違約相關性, 往往高於不同產業之資產。Pykhtin (2004) 因此將單因子模型下集中度風險之量化延伸至多因子架構下, 進而允許集中度風險之量化能進一步區分區域或產業之類別, 從而衍生了區域或產業之類別集中度風險的衡量準則。同樣地, 他藉由 Martin and Wilde (2002) 推導微粒化調整項之方式, 以單因子微粒化之投資組合近似多因子架構之損失分配, 求取同時考量單一資產與類別集中風險之下, 具解析性的風險值與資金短缺期望值 (expected shortfall) 估算式。因此就其性質而言, 集中度風險可進而區分爲兩類: 一、是就信用投資組合內過度暴險於個別標的資產上, 所引發之單

臺灣大學學術期刊資料庫

一資產集中度 (Single Name Concentration) 現象, 以及二、是就多數之標的資產歸屬於同一類別 (產業或區域) 而言, 所引發之過度暴險於個別產業或區域之類別集中度 (Sector Concentration) 現象。

此外, Gordy and Lütkebohmert (2007) 與 Düllmann and Masschelein (2006) 分別檢驗德國銀行貸款債權群組中, 單一資產集中度與類別集中度風險對資本計提的影響。研究發現缺乏集中度風險衡量將低估經濟資本, 特別是類別集中度越高時, 計提偏誤甚至高達37%。另外, Düllmann and Masschelein (2006) 的研究發現, 運用 Pykhtin (2004) 模型下的解析性估算與蒙地卡羅模擬方式所求得之資本計提, 兩者偏差僅介於0%–1.9%。在改變違約機率與相關係數等穩健性檢驗 (robustness check) 下, 誤差範圍仍落在0%–2.5%之間, 顯示 Pykhtin (2004) 模型具備良好的精確度。

Benmelech and Dlugosz (2010) 的研究指出, 於2007至2008年間, 共有36,346個結構式融資證券 (structured finance securities) 之分券遭受信用評等公司穆迪 (Moody's) 降評, 其中約有三分之一原屬於最高的信用評級。然而被降評的結構式商品中, 62%的債權群組是以房屋淨值貸款 (Home Equity Loans, HELs) 或次級信用主順位房貸 (first mortgages) 等次級房貸所構成。若以結構式商品的型態區分, 又以雙層保護擔保債權憑證 (Collateralized Debt Obligations Squared, CDO^2) 所佔的比例最高且降評的幅度最大, 造成的損失約占全球金融機構的42%。因此, 各方輿論將矛頭指向過於複雜化的結構式商品, 並開始質疑信評機構評等的公正與合理性。

Adelino (2009) 檢視房屋抵押貸款證券 (Mortgage Backed Securities, MBS) 內各分券之信用評級, 發現 AAA 信用評級外之其他分券的發行價格, 對商品未來可能發生的降評或違約事件有顯著的解釋能力, 然而唯獨 AAA 評等分券之發行價格於商品未來之績效並無顯著之預測能力。Coval, Jurek, and Stafford (2009a) 的實證文章指出, 結構式商品透過清償順位結構的設定, 使得越高順位分券之違約事件的發生, 集中於總體環境越差的狀態之下亦即結構化將使得高順位的分券曝險於高度系統風險中。其研究發現, 即便是分券與債券兩者具備相同的信用評等, 於結構化的過程中, 隨著資產池內標的資產個數的增加, 將使得分券的支付逐漸由邊際效用較高的狀態轉而集中在邊際效用較低的狀態, 狀態支付型態的轉變表示

臺灣大學學術期刊資料庫

所能提供予投資人於總體環境不佳時的保障越低, 因而應降低分券價格以給予投資人承擔系統風險部位的補償。然而, 於實際市場上卻發現, CDX 中 AAA 分券價格顯著高於與其風險特徵相似 (risk-matched) 的商品, 而與相同評等 (rating-matched) 不同風險特徵之債券價格相當, 隱含投資人於投資先償分券時過度仰賴信用評等而忽略商品風險特徵。Coval, Jurek, and Stafford (2009b) 進一步指出, 擔保債權憑證 (Collateral Debt Obligations, CDOs) 之分券信用評等易受模型參數之影響, 如違約機率或違約相關性等參數值的微幅調升, 隨即引發先償分券 (senior tranche) 大幅度的降評。

然而, 投資人本就難以獲悉結構式商品評等之流程及其風險特性, 相較於次一評級之 AA 分券, 最高信用評等之分券傾向於讓投資人相信其與相同評等的債券一樣安全。此外, 結構式商品依循貸款後出售分銷 (originate and distribute) 模式, 其中若 AAA 分券的比例越高, 則由債權群組產生的平均收益與支付予分券投資人平均利息的價差越大。由上可知, 爲迎合投資人對 AAA 分券之投資需求且提高套利利差, 發行商便存有誘因極大化 AAA 分券之比例。

結構式商品分券信用風險之衡量, 主要可分爲穆迪所採用之預期損失評等法則與標準普爾 (Standard and Poor's, S&P) 及惠譽國際 (Fitch) 公司之違約機率評等法則。基於上述之準則, 信評機構於發行商給定分券結構下, 給予各分券相對應信用評等, 亦或於分券比例設定上, 給定目標評等後, 用以決定分券之損失起賠點 (attachment point) 與損失止賠點 (detachment point) 使其達到目標評等之預期損失或違約機率。就信用評級合理性之評估, 本文依循標準普爾與惠譽國際公司之違約機率評等準則, 推算與一般 AAA 評級之非結構式債券具有相同違約機率之 AAA 分券所隱含的損失起賠點或稱爲擔保額度 (subordination), 藉此檢視與市場上 AAA 分券真實擔保額度之差異。其中本文說明對於損失起賠點之估算等同於給定信賴水準 (confidence level) 爲 AAA 評等之一般債券的存活機率下, 債權群組損失分配之風險值。若 AAA 分券之損失起賠點高於實際值, 則隱含目前實際之擔保額度尚不足以支撐其 AAA 評級, 因而反映了分券信用評級之不合理性。

臺灣大學學術期刊資料庫

結構式商品的複雜性高於一般債券, 爲使投資人了解結構式商品的風險特性, 本文以房屋抵押貸款證券爲例, 我們採用 Hull and White (2010) 之跨池違約相關性描述, 允許債權群組內所有標的房貸依照所屬區域劃分爲不同資產池。相較於 Hull and White (2010) 於大樣本投資組合假設下忽略非系統風險, 本文同時考量單一資產與房貸之區域集中, 結合 Pykhtin (2004) 中延拓單因子聯繫模型至多因子之方式, 將分券損失起賠點分解爲考量單一資產集中及區域類別集中的暴險額部位, 進而推得具解析性之債權群組單一資產集中度與區域類別集中度風險的量化指標。

在集中度風險的分析上, 本文主要分爲由債權群組依不同標的房貸個數與房貸分布區域, 著重於標的房貸集中情形, 以及固定債權群組內房貸個數以及分布區域, 探討於相關性結構改變所延伸出集中度風險的改變, 在不同風險情境參數設定下, 之於房屋抵押貸款證券中 AAA 分券信用評級的影響。相較於 Coval, Jurek, and Stafford (2009a) 中針對商品結構化致使高順位分券曝險於高度系統風險中的論述, 其立論和 Hull and White (2010) 相同地忽略了非系統風險於商品結構化中所扮演的角色。在本文中, 我們允許非系統風險和系統風險並存於此信用增強的過程中, 它們藉由單一資產集中度和區域集中度的量化而被呈現。

實務界廣泛以赫芬達指數 (Hirschmann-Herfindahl Index, HHI) 爲投資組合集中度風險之衡量基準, 然而該指數之計算方式爲投資組合內各產業類別權重的平方和, 缺乏產業類別相關性結構之考量 (Acharya, Hasan, and Saunders, 2006; Rossi, Schwaiger, and Winkler, 2009; Tabak, Fazio, and Cajueiro, 2011)。表示當兩個債權群組內有相同之區域個數與權重分配但不同相關性之區域時, 則會產生兩者具有相同之赫芬達指數等不合理現象, 牴觸了資產配置分布於相關性高區域之投資組合應有較高之集中度風險的經濟直覺。在本文中, 資產個數、區域分布及違約相關性結構的納入, 提供了衡量集中度風險的另一面相。

本文的研究發現, 結構化過程中, 債權群組內標的資產的增加, 雖不影響債權群組之條件期望損失的型態, 卻提高分券之系統風險敏感程度。此結果呼應 Coval, Jurek, and Stafford (2009a) 之實證研究, 在本文中我們進一步檢視房貸資產個數、區域分布及違約相關性結構之於 AAA 分券風險

臺灣大學學術期刊資料庫

構面的影響。本文的數值結果顯現: 標的房貸間相關係數的提升, 將同時改變債權群組與分券之系統風險曝險程度。值得注意的是, 債權群組內非系統風險分散殆盡的同時, AAA 分券之期望損失型態已呈現高度之系統風險敏感度, 此時債權群組內相關性結構更是決定分券風險構面的關鍵因素, 特別是房貸區域集中的現象, 將擴大相關性結構之影響程度。

此外, 於固定相關性結構下, 標的資產個數越少之債權群組, 非系統風險部位占整體擔保額度比例越高, 即單一資產集中之考量對於以資產數少之債權群組包覆出的分券顯得相對重要, 然而無論債權群組之大小, 區域集中程度爲造成分券損失起賠點變動的主因。其中相較於債權群組均勻分布於5個區域轉爲完全集中於同一區域下, AAA 分券之損失起賠點增加幅度高達 58.14%。隨後檢驗由債權群組內相關性結構的改變引發之集中度風險, 結果呈現出在違約相關性越低時, 債權群組受系統風險因子影響程度越低, 相對地提高非系統統風險對 AAA 分券損失起賠點的影響。隨著相關性的提高所提升之集中度風險, 反應於 AAA 分券系統性部位中, 提高整體之損失起賠點。另外, 若將回復率 (recovery rate) 改爲與條件違約機率呈負相關之設定, 將造成分券之損失起賠點高於市場實際水準, 表示部分 AAA 分券必須提高信用增強以支撐其債信, 使分券滿足 AAA 評等要求。

最後, 綜合分析債權群組房貸個數、分布區域與相關性結構之集中度風險, 我們發現債權群組內標的房貸分散的區域越廣, 分券之損失起賠點越低, 表示確實可藉由增加債權群組房貸分布區域個數, 達到降低區域集中風險。不過, 區域相關係數越高, 將減損跨區域分散集中風險之效益, 特別當區域間相關係數爲1時, AAA 分券之損失起賠點將無關債權群組區域分布。我們進而推論, 藉由增加標的房貸的個數與房貸所屬區域以提高風險分散的效果, 標的房貸之區域集中現象, 將擴大相關性結構對債權群組損失分配的影響, 相對地相關性的提升也將減損跨區域風險分散的效益, 以上均會影響至分券的風險特徵以致評等的結果。

本文後續之結構安排如下: 第2章我們提供闡述結構式商品之內部信用增強與擔保額度之具體描述。第3章爲研究方法, 我們在多因子模型架構下納入單一資產與區域類別集中風險之考量, 於給定信用評級下以一解析性方式進行損失起賠點之估算。第4章爲本文之數值結果及分析, 我們

臺灣大學學術期刊資料庫

以房屋抵押貸款證券爲例, 於集中度風險之考量下, 提供此商品之風險分析, 並考量不同風險情境下所隱含之分券損失起賠點, 進而論述房屋抵押貸款證券分券評等之合理性。第5章爲本文之結論。

2 內部信用增強 (Internal Credit Enhancement)

2.1 違約相關性描述

假設標的債權群組由 N 個標的資產構成, 並依標的資產所屬產業或區域將債權群組劃分爲 n 個資產池, 本文主要探討的爲房貸區域集中現象, 故資產池 u 由 N_u 個屬於同一區域之房貸所組成。在多因子架構下, 歸屬區域 u 之標的資產 i 的價值以x_i 表示如下:

$$x_i = \sqrt{\rho} M_u + \sqrt{1-\rho}\xi_i, \tag{1}$$

其中 M_u 與 ξ_i 分別爲資產 i 的系統風險區域合成因子 (composite factor) 與非系統風險因子 (idiosyncratic factor), $\sqrt{\rho}$ 則爲對應於合成因子的承載係數, 用以衡量資產價值與系統風險的敏感程度。假設風險因子 M_u 與 ξ_i 均服從標準常態分配且彼此相互獨立, 故資產價值 x_i 同爲標準常態分配。透過 Hull and White (2010) 多重資產池相關性結構, 進一步將區域合成因子 M_u 表爲由服從常態分配且相互獨立之系統風險因子 M_{bp} 與 $M_{wp,u}$ 所組成, 其中 M_{bp} 影響所有標的資產之違約機率, 而 $M_{wp,u}$ 僅影響資產池 u 內之資產 i, 即:

$$M_u = \sqrt{\alpha} M_{bp} + \sqrt{1-\alpha} M_{wp,u}, \quad \text{for all} \quad i \in u, \tag{2}$$

其中 α 爲區域合成因子間的相關係數, 又稱爲池間相關係數。綜合上述之相關性結構, 當資產 i 與 j 屬於同一區域, 資產相關係數爲 ρ, 若分處於不同區域, 則資產相關係數爲 $\alpha\rho$。若 $\alpha = 0$ 時, 表示不同區域之標的資產違約事件互爲獨立, 然而當 $\alpha = 1$ 時, 所有標的資產相關性僅由單一系統風險因子 M_{bp} 所決定, 即 α 所衡量的爲標的資產受同一系統風險影響的程度, 其值越低越有助於債權群組透過跨區域之分布達到風險分散之效果。

臺灣大學學術期刊資料庫

標的資產違約事件的發生取決於資產價值是否低於違約門檻值 c_i, 即:

$$D_i = \begin{cases} 1 & \text{if } x_i \leq c_i, \\ 0 & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{3}$$

其中 D_i 違約之指標變數。藉此可將標的資產的違約機率定義爲:

$$p_i = P_r\left(D_i = 1\right) = P_r\left(x_i \leq c_i\right) = N\left(c_i\right), \quad i = 1, \cdots, N, \tag{4}$$

其中, $N(\cdot)$ 爲標準常態分配之累積機率密度函數。透過 (4) 式, 將資產價值 x_i 對應至違約機率值 p_i, 即可推得違約門檻值 $c_i = N^{-1}(p_i)$。

標的資產 i 發生違約之損失比率, 則以隨機變數 L_i 表爲:

$$L_i = D_i \cdot \mathrm{LGD}_i, \tag{5}$$

其中以隨機變數 LGD_i 表違約損失率 (Loss Given Default, LGD), 用以衡量標的資產 i 發生違約時所遭受的損失比率, 又可以 $(1 - R_i)$ 表達, 其中 R_i 爲標的資產 i 違約時所能回收資產的剩餘價值 (貸款的收回程度或處分抵押品收回價值) 佔原貸出總值的比率, 又稱爲標的資產的回復率, 此處不對隨機變數 LGD_i 分配做任何假設, 只令其期望值爲 $(1 - R_i)$ 且標準差爲 σ_i。最後整體債權群組的損失比率 L, 可以標的資產損失比率 L_i 之加權平均表示爲:

$$L = \sum_{i=1}^{N} w_i \cdot L_i = \sum_{i=1}^{N} w_i \cdot D_i \cdot \mathrm{LGD}_i, \tag{6}$$

其中 $w_i = \mathrm{EAD}_i / \sum_{i=1}^{N} \mathrm{EAD}_i$ 爲標的資產 i 佔債權群組之權重, EAD_i 標的資產 i 之違約暴險額 (Exposure at Default, EAD)。

2.2 分券信用評級區隔化 (Tranching)

結構式商品的基本架構在於將資產未來產生的現金流量作爲支付投資人報酬的來源, 透過不同參與主體, 包括創始機構、特殊目的機構 (Special Purpose Vehicle, SPV)、信用評等與信用增強機制, 以證券化標的資產群

臺灣大學學術期刊資料庫

組爲核心所延伸一序列相互聯繫架構, 藉此實現風險轉移並同時滿足投資需求。

首先, 創始機構藉由將資產群組轉移至特殊目的機構達成破產隔離, 確保投資人收益不受創始機構破產影響。因此, 特殊目的機構設立之初便僅擁有由創始機構所轉移之標的資產, 負債也僅只對外發行之證券, 投資人無從就公司過去績效表現作爲投資依據, 商品結構的複雜性更使投資人難以知曉其風險特性。是故, 信用評等機構的引入, 便扮演公正第三人的關鍵角色, 提供相關投資風險資訊, 使投資者的預期收益獲得保障。

由於結構化具資產轉移的特性, 信用評等之對象並非創始機構, 而爲證券化之資產及交易結構本身。因此信用評等主要負責評估特殊目的機構於交易過程中不延遲給付 (timely payment) 及完全給付 (full payment) 之能力, 給予相對應評級。其中決定評等結果的因素包括標的資產之品質、信用增強程度與現金流量的型態等。

證券化商品爲達到目標評等用以吸引並保障投資人, 通常需要提供信用保障 (credit support) 用以提高資產支持證券之債信, 降低投資者之風險。信用增強即是透過對結構式商品內部結構的設定或由第三機構提供擔保的方式, 確保商品能履行承諾。清償順位結構屬於內部結構設定之內部信用增強方式, 在此種交易結構中, 發行證券依其受償順位之不同, 可分爲優先順位之證券與次順位之證券。當債務人償還利息或本金時, 先支付予優先順位投資人, 次順位之投資人須待所有優先順位之投資人完全償付後, 就剩餘之價值加以分配。相對地, 損失發生時由次順位證券率先承受, 直至損失侵蝕完次順位之發行總額後, 再由優先順位證券開始承擔。

藉由此等現金流的分配方式, 達到風險之重新分配, 即次順位之分券持有者將承擔債權群組前期的信用風險, 作爲優先順位投資人之損失緩衝, 可將優先順位分券損失起賠點以下視爲該分券之信用增強或稱擔保額度。因此優先順位證券的信用評級高於次順位證券, 然而基於次順位分券承擔較高之風險, 因此次順位投資人收益率高於優先順位。

市場上結構式商品之分券結構, 依照信評高低依序爲先償分券、次償分券 (mezzanine tranche) 及權益分券 (equity tranche)。其中先償分券指的是 AAA 評級之分券, 次償分券由 AA、A 與 BBB 分券組成, 權益分券則爲

臺灣大學學術期刊資料庫

無法評級 (unrated tranche) 之分券。各分券比例之設定, 主要依循信評機構所採之預期損失評等法或違約機率評等法, 以使切割出之分券損失起賠點與損失止賠點滿足特定評等要求之期望損失或違約機率。亦或, 於外生給定分券比例下, 信評機構運用各自準則, 並依據分券結構所提供擔保額度推算分券對應之期望損失與違約機率, 用以決定分券之評等。由上可知, 擔保額度之水準顯示出該分券所受之信用保護程度, 著實影響分券評等結果, 相對地也可藉由設定之信用評等反推相對應擔保額度。於結構化過程中, 券商盡可能降低優先順位分券之擔保額度, 以提高優先順位分券所佔之比例, 極大化價差利潤, 於此同時必須使該分券投資人相信所提供之擔保額度, 確實足以支撐其債信評等。

2.3 擔保額度 (Subordination Level) 之估算

本文對於結構式商品之評等, 主要採用標準普爾和惠譽國際公司之違約機率評等準則, 即當該結構式商品透過公司設計之評價模型所計算出的違約機率小於或等於同天期 AAA 評等債券之違約機率 p, 則給予該結構式債券 AAA 的信用評等。

以分券之形式說明, 若分券之損失起賠點爲 a, 表示當債權群組損失比率 L 超過 a 時, 該分券開始承擔損失, 而此一事件發生的機率即爲該分券的損失機率也稱爲違約機率。若要使該分券達到目標評等, 即損失起賠點的設置必須使得該分券之違約機率小於或等於對應目標評等之違約機率 p_T, 亦即:

$$P_r(L > a) = \int_a^1 f(L)dL \leq p_T, \tag{7}$$

其中 a 爲分券之損失起賠點, L 爲債權群組之損失比率且 $f(\cdot)$ 爲損失比率之機率密度函數, p_T 爲目標評等對應之違約機率。誠如前述, 基於套利之考量, 券商存有誘因於目標評等下極小化分券之擔保額度範圍, 表示分券損失起賠點之設計, 即爲風險值概念。

由風險值的基本定義可知, 投資組合的風險值主要衡量於某特定期間與既定信賴水準下, 可能產生的最大損失估計值。即當契約期間爲 T 年, 給定信賴水準 $q \in (0, 1)$ 下, 此投資組合於未來 T 年內其平均最大損失比率, 有 q 的機率不會超過此風險值的損失比率, 而有 $(1 - q)$ 的機率發

臺灣大學學術期刊資料庫

生損失比率超過此比率。換言之, 可將風險值視爲債權群組損失分配的第 q 個百分位數。亦即風險值爲所有使得損失比率超過 a 的機率小於等於 $(1-q)$ 之 a 所構成區域內的最小值:

$$\mathrm{VaR}_q(L) = \inf\{a \epsilon R : P_r(L > a) \leq 1 - q\}, \tag{8}$$

其中 L 爲投資組合損失比率, q 表信賴水準。如此即可將 AAA 分券的損失起賠點重新表述爲在給定信賴水準爲同天期 AAA 評等債券存活機率 $q = 1 - p$ 下之債權群組風險值。

因此爲檢驗結構式商品 AAA 分券評等的合理性, 可藉由風險值估算方式推得之隱含損失起賠點, 用於判斷市場上之 AAA 分券起賠點的設計是否合理, 若實際 AAA 分券之損失起賠點低於此隱含起賠點, 表示目前之擔保額度已不足以支撐其 AAA 之評等。

本章第1節所介紹之多因子架構, 允許我們得以建構債權群組之損失分配, 並應用於後續章節中分券之期望損失與信用評級的估算。在下章節, 針對房屋抵押貸款證券中, 標的房貸具多個數與跨區域之特性, 我們將於此多因子模型架構下, 提供所對應之單一資產與區域集中度風險於信用投資組合的量化準則。

3 集中度風險衡量

3.1 微粒化假設 (The Granularity Assumption)

信用投資組合集中度風險的量化指標, 主要針對 Gordy (2003) 提出漸進式單因子風險模型, 指出當投資組合內標的資產的相關性僅由單一系統風險因子驅動 (即令 $\alpha = 1$), 隨著標的資產個數增加使得個別標的資產名目本金佔總名目本金份額趨近於0時, 利用強大數法則, 即可將債權群組的損失比率以系統風險的函數形式表示:

$$L - E\left[L \middle| M_{bp}\right] \to 0, \text{ almost surely as } N \to \infty, \tag{9}$$

其中 M_{bp} 爲單因子系統風險, $E[L|M_{bp}]$ 則爲給定系統風險因子下, 債權群組的條件期望損失。表示當標的資產權重趨近於 0, 投資組合內非系統

臺灣大學學術期刊資料庫

風險已完全分散, 此時損失全由系統風險所決定, 稱此投資組合爲微粒化投資組合。基於微粒化投資組合滿足的兩項假設中, 即完全微粒化下不存在單一資產集中, 以及單因子架構下 (所有資產屬於同一類別) 無法解釋不同類別集中現象, 將造成微粒化投資組合低估單一資產集中風險且缺乏類別集中之探討。

相對地, 微粒化投資組合的優點在於, 僅須對系統風險計提資本, 即滿足微粒化投資組合之損失比率 L, 改以條件期望損失 $E[L|M_{bp}]$ 替代, 表示損失分配僅受系統風險因子 M_{bp} 影響, 因此對於巴塞爾協定中以風險值計提資本方式, 則可轉成僅考量系統風險因子之 $\mathrm{VaR}_q(E[L|M_{bp}])$。

由於 $E[L|M_{bp}]$ 爲系統風險因子 M_{bp} 的單調遞減函數, Gordy (2003) 藉此特性將 $\mathrm{VaR}_q(E[L|M_{bp}])$ 寫爲 $E[L|\mathrm{VaR}_{1-q}(M_{bp})]$, 進一步將風險值的估算過程, 轉爲系統風險線性加總形式, 且無關債權群組的組成。其中 $E[L|\mathrm{VaR}_{1-q}(M_{bp})]$ 表示給定系統風險因子在其 $(1-q)$ 百分位數下, 所推得之債權群組條件期望損失。

以下基於高斯因子聯繫結構模型架構, 作爲標的資產間的相關性結構與其違約論述, 對 $E[L|\mathrm{VaR}_{1-q}(M_{bp})]$ 進行估算。可知單因子架構下微粒化投資組合之損失比率可寫爲:

$$E\left[L\middle|M_{bp}\right]=\sum_{i=1}^{N} w_i\,(1-R_i)\,p_i(M_{bp})。\tag{10}$$

$p_i(M_{bp})$ 爲在給定系統風險 M_{bp} 下, 資產 i 的條件違約機率:

$$p_i\left(M_{bp}\right)=P_r\left(x_i\le c_i\middle|M_{bp}\right)=N\left(\frac{N^{-1}\left(p_i\right)-\sqrt{\rho}M_{bp}}{\sqrt{1-\rho}}\right)。\tag{11}$$

其中於單因子架構下資產價值 x_i 建構中可知, 資產間的相關性由單一系統風險因子 M_{bp} 所決定, 在給定系統風險下, 標的資產價值互爲獨立, 亦即違約事件的發生彼此相互獨立, 使得 $p_i(M_{bp})$ 與 $p_j(M_{bp})$ 爲彼此獨立之條件違約機率。

Gordy (2003) 針對高斯因子聯繫模型架構且投資組合滿足微粒化條件下, 以風險值估算對應之資本計提。因此沿用此風險值的估算方式於檢驗分券評等合理性, 僅需將信賴水準表示方式改爲給定 AAA 評等公司債的

臺灣大學學術期刊資料庫

違約機率 $(1-q)$, 推得相同信用評等之分券隱含損失起賠點爲:

$$\mathrm{VaR}_q\left(E\left[L\middle|M_{bp}\right]\right)=\sum_{i=1}^{N}w_i\left(1-R_i\right)p_i\left(\mathrm{VaR}_{1-q}\left(M_{bp}\right)\right), \tag{12}$$

其中 w_i 表資產 i 占債權群組名目本金權重。[1]

上式對於損失起賠點之估算主要基於微粒化投資組合假設且侷限於以單因子建構資產相關性, 難以反映真實債權群組特性。例如, 標的資產暴險額分布狀況以及資產個數, 均難以使債權群組達到完全微粒化水準, 未完全分散之非系統風險, 將造成損失起賠點的低估。以及結構式商品除了透過增加標的資產個數分散非系統風險外, 透過選擇不同類別之資產進一步降低債權群組風險, 用以提升高信用評等分券之分券厚度, 增加收益。不過, Gordy (2003) 仍提供探討集中度風險的基本架構, 同時給予以解析性方式進行損失起賠點之估算。

以下將模型延伸至多因子架構下, 並藉由 Pykhtin (2004) 利用單因子微粒化投資組合逼近多因子之方式, 探討結構式商品於考量單一資產集中與類別集中下, 分別所對應之損失起賠點。

3.2 集中度風險之量化

多因子架構下對於損失起賠點之估算, 如同前述必須先藉由蒙地卡羅模擬法, 建構債權群組之損失分配, 即便是債權群組滿足微粒化條件, 可將損失比率 L 轉爲條件於系統風險因子的期望損失 L^{∞}:

$$\begin{aligned}L^{\infty}&=E\left[L\middle|\left\{M_{bp},M_{wp,1},\cdots,M_{wp,n}\right\}\right]\\&=\sum_{i=1}^{N}w_i\left(1-R_i\right)N\times\\&\quad\left(\frac{N^{-1}\left(p_i\right)-\sum_{u=1}^{n}\left(\sqrt{\alpha\rho}M_{bp}+\sqrt{(1-\alpha)\rho}M_{wp,u}\right)}{\sqrt{1-\rho}}\right),\end{aligned} \tag{13}$$

[1]若進一步要求債權群組滿足同質性假設, 即各個標的資產有相同的預期違約機率、違約損失率爲服從平均數 $(1-R)$ 且標準差 σ 之隨機變數。則 (12) 式與 Hull and White (2010) 利用大樣本且同質性投資組合假設, 債權群組損失比率等於個別房貸條件違約機率之特性, 所推得的房屋抵押貸款證券 AAA 分券理論起賠點公式一致。

臺灣大學學術期刊資料庫

其中 M_{bp} 與 $M_{wp,u}$, $u = 1 \cdots n$ 均服從標準常態分配。礙於系統風險因子個數大於1, 仍需透過蒙地卡羅模擬方式, 處理上依舊耗時。

以下本文將透過 Hull and White (2010) 多重資產池相關性模型, 建構資產池內與池間相關性結構, 並依循 Pykhtin (2004) 步驟, 於考量集中度風險下, 推得具解析性之損失起賠點估算方式。

首先, Martin and Wilde (2002) 於 Gordy (2003) 單因子架構下, 藉由擾動的隨機變數 $L_\varepsilon = \bar{L} + \varepsilon(L - \bar{L})$ 用以近似投資組合損失比率 L, 其中 $U = \varepsilon(L - \bar{L})$ 爲損失變數 $\bar{L}$ 與 L 分配差異的擾動項, ε 表擾動程度。此時投資組合損失比率的風險值 $\mathrm{VaR}_q(L)$, 可由 $\mathrm{VaR}_q(L_\varepsilon)$ 二階泰勒展式於 $\varepsilon = 1$ 處展開推得:

$$\begin{aligned}\mathrm{VaR}_q(L) = \mathrm{VaR}_q(\bar{L}) &+ \frac{\partial}{\partial\varepsilon}\mathrm{VaR}_q\left(\bar{L} + \varepsilon\left(L - \bar{L}\right)\right)\Big|_{\varepsilon=0} \\ &+ \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\varepsilon^2}\mathrm{VaR}_q\left(\bar{L} + \varepsilon\left(L - \bar{L}\right)\right)\Big|_{\varepsilon=0} + O\left(\varepsilon^3\right), \qquad (14)\end{aligned}$$

其中 $\bar{L}$ 爲單因子架構下微粒化投資組合損失變數, $\mathrm{VaR}_q(\bar{L})$ 估算方式等同於 (12) 式, 至於後兩項之風險值對擾動程度一階與二階導數之和, 即爲針對單一資產集中所對應之微粒化調整項。

爲同時考量類別集中風險, Pykhtin (2004) 將上述方式拓展至多因子架構下, 建構單因子微粒化投資組合損失變數 $\bar{L}$, 並藉此變數之風險值 $\mathrm{VaR}_q(\bar{L})$ 近似於多因子架構之 $\mathrm{VaR}_q(L)$。本文主要探討單一資產與區域集中風險對損失起賠點之影響, 於模型呈現上以區域爲單位, 且假設屬於同一區域之房貸, 有相同之違約機率與違約損失率。

本文於多重資產池相關性模型下, 將此單因子微粒化投資組合損失變數 $\bar{L}$ 表爲:

$$\bar{L} = \mu\left(\bar{M}\right) = \sum_{u=1}^{n} \omega_u \left(1 - R_u\right) \hat{p}_u\left(\bar{M}\right), \qquad (15)$$

其中

$$\hat{p}_u\left(\bar{M}\right) = N\left(\frac{N^{-1}\left(p_u\right) - a_u\bar{M}}{\sqrt{1 - a_u^2}}\right), \qquad (16)$$

$\bar{M}$ 爲單一系統風險因子, ω_u 爲區域 u 之資產池占整體債權群組之權重,

臺灣大學學術期刊資料庫

a_u 爲區域 u 內之資產價值對應於 $\bar{M}$ 的承載係數。$\bar{L}$ 之建構與參數 a_u 之形式詳見附錄 A。

得知 $\bar{L}$ 後, Pykhtin (2004) 透過 Gouriéroux, Laurent, and Scaillet (2000) 求得泰勒展式中一階及二階導數, 同樣地本文將其轉至區域性型態如下:

$$\mathrm{VaR}_q(L) = \mathrm{VaR}_q\left(\bar{L}\right) - \frac{1}{2\mu'(\bar{m})} \left[v'(\bar{m}) - v(\bar{m})\left(\frac{\mu''(\bar{m}}{v'(\bar{m})} + \bar{m}\right)\right]\Bigg|_{\bar{m}=N^{-1}(1-q)}, \tag{17}$$

其中

$$\mathrm{VaR}_q\left(\bar{L}\right) = \sum_{u=1}^{n} \omega_u \left(1 - R_u\right) \hat{p}_u(\bar{m}), \tag{18}$$

$$\mu'(\bar{m}) = \sum_{u=1}^{n} \omega_u \left(1 - R_u\right) \hat{p}'_u(\bar{m}), \tag{19}$$

$$\mu''(\bar{m}) = \sum_{u=1}^{n} \omega_u \left(1 - R_u\right) \hat{p}''_u(\bar{m})。 \tag{20}$$

又 $\hat{p}'_u(\bar{m})$ 與 $\hat{p}''_u(\bar{m})$ 爲條件違約機率之一階及二階導數:

$$\hat{p}'_u(\bar{m}) = -\frac{a_u}{\sqrt{1-a_u^2}}\, n\left(\frac{N^{-1}\left(p_u\right) - a_u\bar{m}}{\sqrt{1-a_u^2}}\right), \tag{21}$$

$$\hat{p}''_u(\bar{m}) = -\frac{a_u^2}{1-a_u^2}\frac{N^{-1}\left(p_u\right) - a_u\bar{m}}{\sqrt{1-a_u^2}}\, n\left(\frac{N^{-1}\left(p_u\right) - a_u\bar{m}}{\sqrt{1-a_u^2}}\right), \tag{22}$$

其中 $n(\cdot)$ 爲標準常態分配之機率密度函數。

於 (17) 式調整項部位, 其中v $(\bar{m})$ 爲擾動項 U 的條件變異數, 即 $v(\bar{m}) = \mathrm{var}[U|\bar{M} = \bar{m}] = \mathrm{var}[L - \bar{L}|\bar{M} = \bar{m}]$。然而, 可知 $\bar{L}$ 爲系統風險因子 $\bar{M}$ 之函數, 因此條件於 $\bar{M} = \bar{m}$, 使得 $\mathrm{var}[L - \bar{L}|\bar{M} = \bar{m}] = \mathrm{var}[L|\bar{M} = \bar{m}]$, 即 $v(\bar{m}) = \mathrm{var}[L|\bar{M} = \bar{m}]$。將投資組合損失變數條件變異數 $v(\bar{m})$ 進一步拆解爲系統性風險與非系統性風險表示:

臺灣大學學術期刊資料庫

$$\operatorname{var}\left[L|\bar{M}=\bar{m}\right]=\frac{\operatorname{var}\left[E\left[L\middle|\left\{M_{bp},M_{wp,1},\cdots,M_{wp,n}\right\}\right]\middle|\bar{M}=\bar{m}\right]}{v_{\infty}(\bar{m})}+\frac{E\left[\operatorname{var}\left[L\middle|\left\{M_{bp},M_{wp,1},\cdots,M_{wp,n}\right\}\right]\middle|\bar{M}=\bar{m}\right]}{v_{\infty}(\bar{m})}。\quad(23)$$

(23) 式第一項爲衡量單因子與多因子微粒化投資組合損失分配差異的調整項 $v_{\infty}(\bar{m})$, 第二項爲針對投資組合不足夠微粒化下, 單一資產集中度的調整項 $v_{GA}(\bar{m})$。由此可知當標的房貸由原先分布於 n 個區域之多因子系統風險 $\{M_{bp},M_{wp,1},\cdots,M_{wp,n}\}$ 減至僅單一區域或代表區域之合成因子間相關係數 $\alpha=1$ 時, 多因子架構將退化至單因子, 則第一項變異數爲 0, 此時擾動項條件變異數僅剩單一資產集中的影響。相對地, 當投資組合內資產數爲無窮多時, 即 $N\to\infty$, 表示非系統風險得以完全分散, 即第二項變異數爲 0。

由 Pykhtin (2004) 可得系統性風險以區域型態表示式:

$$\begin{aligned}v_{\infty}(\bar{m})=&\sum_{u=1}^{n}\omega_u^2\left(1-R_u\right)^2\left[N_2\left(N^{-1}\left[\hat{p}_u(\bar{m})\right],N^{(}-1\right)\left[\hat{p}_u(\hat{m})\right],\rho_{uu}^{M}\right)\\&-\hat{p}_u^2(\bar{m})\Big]+\sum_{u=1}^{n}\sum_{t=1}^{n}\omega_u\omega_t\left(1-R_u\right)\left(1-R_t\right)\times\\&\left[N_2\left(N^{-1}\left[\hat{p}_u(\bar{m})\right],N^{-1}\left[\hat{p}_t(\bar{m})\right],\rho_{ut}^{M}\right)-\hat{p}_u(\bar{m})\hat{p}_t(\bar{m})\right],\\&\text{where } u\neq t。\end{aligned}\quad(24)$$

其中 $N_2(\cdot,\cdot,\cdot)$ 爲二維常態累積機率分配。上式對 $\bar{m}$ 偏微可得:

$$\begin{aligned}v_{\infty}'(\bar{m})=&2\sum_{u=1}^{n}\omega_u^2\left(1-R_u\right)^2\hat{p}_u'(\bar{m})\times\\&\left[N\left(\frac{\left(1-\rho_{uu}^{\bar{M}}\right)N^{-1}\left(\hat{p}_u(\bar{m})\right)}{\sqrt{1-\left(\rho_{ij}^{\bar{M}}\right)^2}}\right)-\hat{p}_u(\bar{m})\right]\\&+2\sum_{u=1}^{n}\sum_{t=1}^{n}\omega_u\omega_t\left(1-R_u\right)\left(1-R_t\right)\hat{p}_u'(\bar{m})\times\end{aligned}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

$$\left[N\left(\frac{N^{-1}\left[\hat{p}_t(\bar{m})\right] - \rho_{ut}^{M} N^{-1}\left[\hat{p}_u(\bar{m})\right]}{\sqrt{1-\left(\rho_{ut}^{\bar{M}}\right)^2}} \right) - \hat{p}_t(\bar{m}) \right],$$

$$\text{where } u \neq t, \tag{25}$$

其中 $\rho_{ij}^{\bar{M}}$ 表資產 i 與 j 的條件相關係數。

若將資產 i 的價格 x_i 改以下式呈現:

$$x_i = a_u \bar{M} + \left(\sqrt{\alpha\rho} - a_u b_0\right) M_{bp} + \left(\sqrt{(1-\alpha)\rho} - a_u b_u\right) M_{wp,u} + \sqrt{1-\rho}\,\xi_i, \quad \text{for all } i \in u, \tag{26}$$

可發現條件於單一系統風險因子 $\bar{M}$, 資產 i 與 j 並非獨立且可得條件違約相關係數爲:

$$\rho_{ij}^{\bar{M}} = \begin{cases} \frac{\rho - a_i^2}{1-a_i^2} & \text{if} \quad i = j, \\ \frac{\alpha\rho - a_i a_j}{\sqrt{1-a_i^2}\sqrt{1-a_j^2}} & \text{if} \quad i \neq j。 \end{cases} \tag{27}$$

其中此處 $i = j$ 與 $i \neq j$ 分別指屬於相同與不同區域之房貸, 條件於單一系統風險的相關係數。

將 $v_{GA}(\bar{m})$ 以標的資產權重 w_i 表示:

$$v_{GA}(\bar{m}) = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \left((1-R_i)^2 \left[\hat{p}_i(\bar{m}) - N_2\left(N^{-1}\left[\hat{p}_i(\bar{m})\right], N^{-1}\left[\hat{p}_i(\bar{m})\right], \rho_{ii}^{M} \right) \right] + \sigma_i^2 \hat{p}_i(\bar{m}) \right)。 \tag{28}$$

同樣對 $\bar{M}$ 偏微可得:

$$v'_{GA}(\bar{m}) = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \hat{p}'_i(\bar{m}) \times \left((1-R_i)^2 \left[1 - 2N\left(\frac{N^{-1}\left[\hat{p}_i(\bar{m})\right] - \rho_{ii}^{\bar{M}} N^{-1}\left[\hat{p}_i(\bar{m})\right]}{\sqrt{1-\left(\rho_{ii}^{\bar{M}}\right)^2}} \right) \right] + \sigma_i^2 \right), \tag{29}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

其中 σ_i 爲標的資產 i 損失率之標準差。

藉由 (23) 式, 將投資組合損失比率之變數條件變異數 $v(\bar{m})$, 拆解爲系統性風險 $v_\infty(\bar{m})$ 與非系統性風險部位 $v_{GA}(\bar{m})$, 隨後將其代回 (17) 式之調整項中, 進一步可將調整項區分爲系統性調整項 $\Delta\text{VaR}_q^\infty$ 與非系統性微粒化調整項 ΔVaR_q^{GA}, 如下表示:

$$\Delta\text{VaR}_q^\infty = -\frac{1}{2\mu'(\bar{m})}\times \left[v'_\infty(\bar{m}) - v_\infty(\bar{m})\left(\frac{\mu''(\bar{m})}{\mu'(\bar{m})} + \bar{m}\right)\right]\Bigg|_{\bar{m}=N^{-1}(1-q)}, \tag{30}$$

$$\Delta\text{VaR}_q^{GA} = -\frac{1}{2\mu'(\bar{m})}\times \left[v'_{GA}(\bar{m}) - v_{GA}(\bar{m})\left(\frac{\mu''(\bar{m})}{\mu'(\bar{m})} + \bar{m}\right)\right]\Bigg|_{\bar{m}=N^{-1}(1-q)}。 \tag{31}$$

相較於 Martin and Wilde (2002) 針對 Gordy (2003) 單因子微粒化投資組合中, 對未完全分散之非系統風險所做之微粒化調整, 其中礙於單因子的設定限制了探討區域集中的可能, 在 Pykhtin (2004) 多因子架構下允許本文對整體債權群組內資產做區域劃分, 區域集中風險將反應在 (17) 式系統性風險部位 $\text{VaR}_q(\bar{L}) + \Delta\text{VaR}_q^\infty$ 中, 至於單一資產集中風險則處於非系統風險調整項中 ΔVaR_q^{GA}。

3.3 損失起賠點之漸進極值 (Asymptotic limit)

在本節中, 我們基於 Coval, Jurek, and Stafford (2009a) 和 Hull and White (2010) 所作的微粒化假設下, 求取分券損失起賠點之漸進極值, 以辨認在漸進極值 (asymptotic limit) 未達之前與達成之後, 房貸個數區域個數與池內及池間相關性結構對於損失起賠點的影響。首先, 我們建立微粒化假設下債權群組信用標的資產同質性之假設:

假設 1. 假設債權群組內每個標的房貸有相同之名目本金, 且每個區域內存有相同個數之房貸, 則每個區域房貸名目本金佔整體債權群組權重可表示爲:

臺灣人學學術期刊資料庫

$$\frac{N_1}{N} = \frac{N_2}{N} = \cdots = \frac{N_n}{N},$$
$$\omega_1 = \omega_2 = \cdots = \omega_n = \frac{1}{n},$$

其中 N_u 表區域 u 內的房貸個數, N 爲債權群組內房貸的總個數。

假設 2. 令債權群組內所有標的房貸違約機率爲相同, 即:

$$p_1 = p_2 = \cdots = p_N = p,$$

其中 p_i 爲標的房貸 i 之違約機率。

透過假設一與二可將分券之損失起賠點 $\mathrm{VaR}_q(L)$ 進一步簡化爲僅受區域個數影響之系統性風險部位 $\mathrm{VaR}_q(\bar{L}) + \Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$ 以及受房貸個數影響之非系統風險調整項 $\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$, 各部位表示式詳見附錄 B。可知結構式商品的特點在於, 藉由增加標的資產個數及資產間的異質性達到降低債權群組之風險, 並透過現金流的重新規劃用以包覆出數個信用評等高於債權群組之分券, 其中債權群組內所能降低的風險越多, 則包覆出高評等之分券比例越高。

以下基於假設一與假設二之房貸均勻分布設定, 我們進而建立當債權群組內房貸及區域個數趨近於無窮多時, 分券損失起賠點之漸進極值。此漸進極值闡述僅透過房貸及區域個數所能達成之分券最低損失起賠點。

定理 1. 當債權群組之標的房貸個數以及區域個數達無窮多個, 即 $N \to \infty$ 且 $n \to \infty$, 於其他條件不變下, 分券之最低損失起賠點可達:

$$\mathrm{VaR}_q(L) = (1-R)\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\big|_{\bar{m}=N^{-1}(1-q)}, \tag{32}$$

其中

$$\hat{p}_{\infty}(\bar{m}) = N\left(\frac{N^{-1}(p) - \sqrt{\alpha\rho}\bar{m}}{\sqrt{1-\alpha\rho}}\right)。 \tag{33}$$

証明. 給定債權群組由無窮多個標的房貸與區域個數所構成, 即 $N \to \infty$ 且 $n \to \infty$ 時, 區域內房貸價值對應於 $\bar{M}$ 的承載係數 $a = \sqrt{\alpha\rho}$, 此時可將損失起賠點系統性部位中之 $\mathrm{VaR}_q(\bar{L})$ 表爲:

$$\mathrm{VaR}_q(\bar{L}) = (1-R)N\left(\frac{N^{-1}(p) - \sqrt{\alpha\rho}\bar{m}}{\sqrt{1-\alpha\rho^2}}\right), \tag{34}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

即原先之

$$\hat{p}(\bar{m}) = N\left(\frac{N^{-1}(p) - a\bar{m}}{\sqrt{1-a^2}}\right) = N\left(\frac{N^{-1}(p) - \sqrt{\alpha\rho}\bar{m}}{\sqrt{1-\alpha\rho}}\right) = \hat{p}_{\infty}(\bar{m})。 \tag{35}$$

接著針對系統性部位中因子調整項 $\Delta \mathrm{VaR}_q^{\infty}$, 當 $n \to \infty$ 時, 可將系統性部位因子調整項 (附錄 B 中 (B3) 式) 簡化爲:

$$\begin{aligned}\mathrm{VaR}_q^{\infty} = &-(1-R)\times \\ &\left[N\left(\frac{N^{-1}\left[\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\right] - \rho_{ij\infty}^{M} N^{-1}\left[\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\right]}{\sqrt{1-\left(\rho_{ij\infty}^{M}\right)^2}}\right) - \hat{p}_{\infty}(\bar{m})\right] \\ &+ \frac{(1-R)}{2\hat{p}'_{\infty}(\bar{m})}\left[N_2\left(N^{-1}\left[\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\right], N^{-1}\left[\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\right], \rho_{ij\infty}^{M}\right)\right. \\ &\left.-\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\right]\left(\frac{\hat{p}''_{\infty}(\bar{m})}{\hat{p}'_{\infty}(\bar{m})} + \bar{m}\right)\Bigg|_{\bar{m}=N^{-1}(1-q)}。\end{aligned} \tag{36}$$

其中條件因子相關係數爲 $\rho_{ij\infty}^{M} = \alpha\rho - a^2/1 - a^2 = 0$, 藉此進一步將上式改寫爲:

$$\begin{aligned}\mathrm{VaR}_q^{\infty} = &-(1-R)\left[N\left(N^{-1}\left[\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\right]\right) - \hat{p}_{\infty}(\bar{m})\right] \\ &+ \frac{(1-R)}{2\hat{p}'_{\infty}(\bar{m})}\left[N\left(N^{-1}\left[\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\right]\right) N\left(N^{-1}\left[\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\right]\right)\right. \\ &\left.-\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\hat{p}_{\infty}(\bar{m})\right]\left(\frac{\hat{p}''_{\infty}(\bar{m})}{\hat{p}'_{\infty}(\bar{m})} + \bar{m}\right)\Bigg|_{\bar{m}=N^{-1}(1-q)} = 0。\end{aligned} \tag{37}$$

即群組內區域個數達無窮多時, 因子調整項爲0。至於非系統風險調整項 $\Delta \mathrm{VaR}_q^{GA}$ (附錄 B 中 (B4) 式), 當標的區域個數趨近於無窮多時, 即 $N \to \infty$ 時, 則 $\Delta \mathrm{VaR}_q^{GA} \to 0$。

以上, 將分券之損失起賠點爲:

$$\mathrm{VaR}_q(L) = \mathrm{VaR}_q(\bar{L}) + \Delta \mathrm{VaR}_q^{\infty} + \Delta \mathrm{VaR}_q^{GA} = \mathrm{VaR}_q(\bar{L})。 \tag{38}$$

表示當債權群組內標的房貸與區域個數達無窮多, 兩個調整項均爲0, 該分券損失起賠點 $\mathrm{VaR}_q(L)$ 僅由系統性部位之 $\mathrm{VaR}_q(\bar{L})$ 所決定, 此即於其他條件不變下, 透過增加房貸及區域個數所能達分券最低損失起賠點。

臺灣大學學術期刊資料庫

最後於漸進極值的架構下之損失起賠點, 我們分別對標的房貸間與區域間的相關係數偏微, 用以說明相關性結構對損失起賠點之影響。亦即:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathrm{VaR}_q(L)}{\partial \rho} &= (1-R)\frac{\partial \hat{p}_\infty(\bar{m})}{\partial \rho} \\ &= (1-R)\frac{\left(\sqrt{\alpha}/2\right)\left[\sqrt{\alpha\rho}N^{-1}(p)-\bar{m}\right]}{(1-\alpha\rho)^{3/2}\sqrt{\rho}}\times \\ &\quad n\left(\frac{N^{-1}(p)-\sqrt{\alpha\rho}\bar{m}}{\sqrt{1-\alpha\rho}}\right) \geq 0, \end{aligned} \tag{39}$$

其中 $\bar{m} = N^{-1}(1-q)$, 文中的 q 值對應的爲同天期 AAA 評等債券存活機率, 至於 p 則爲標的房貸之違約機率, 一般於結構式商品的設定上, 選擇評等較低之房貸或債券構成債權群組並藉此包覆出高評等之分券, 滿足 $(1-q) \leq p$ 且又知 $\sqrt{\alpha\rho} \leq 1$, 則 $[\sqrt{\alpha\rho}N^{-1}(p)-\bar{m}] \geq 0$ 使得 $\partial \mathrm{VaR}_q(L)/\partial\rho \geq 0$。損失起賠點對區域相關係數偏微可得:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathrm{VaR}_q(L)}{\partial \alpha} &= (1-R)\frac{\left(\sqrt{\rho}/2\right)\left[\sqrt{\alpha\rho}N^{-1}(p)-\bar{m}\right]}{(1-\alpha\rho)^{3/2}\sqrt{\alpha}}\times \\ &\quad n\left(\frac{N^{-1}(p)-\sqrt{\alpha\rho}\bar{m}}{\sqrt{1-\alpha\rho}}\right) \geq 0。 \end{aligned} \tag{40}$$

同樣基於結構式商品特性可推得 $[\sqrt{\alpha\rho}N^{-1}(p)-\bar{m}] \geq 0$, 因此 $\partial \mathrm{VaR}_q(L)/\partial\alpha \geq 0$。 □

綜合上述, 我們可以觀察到, 在未達漸進極值之前, 透過房貸個數 N 及區域個數 n 的增加可分別達到降低非系統性部位 $\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$ 與系統性部位 $\mathrm{VaR}_q(\bar{L}) + \Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$ 風險。然而在漸進極值下, 分券之損失起賠點將獨立於標的房貸與區域個數且決定於池內與池間相關性結構。意即, 藉由增加標的房貸與區域個數以降低損失起賠點水平的方式所進行的內部信用增強, 此時已無法成立, 而必須透過降低之池內與池間相關性以降低其損失起賠點。在後續章節中, 我們將進一步以數值結果呈現房貸個數或區域個數與相關性結構此兩大因素之於損失起賠點的影響。

臺灣大學學術期刊資料庫

表 1: AAA 與 BBB 評等債券之損失機率與期望損失率

	Moody AAA	Moody BBB
損失機率	0.101%	1.875%
預期損失	0.0606%	1.125%

表中爲1970–2011年間 AAA 與 BBB 信用評級之累積違約機率與預期損失5年期預期損失之計算爲假設回復率爲40%。

4 數值結果與分析

本章共分兩節, 第1節以房屋抵押貸款證券爲例, 說明於結構化過程中, 債權群組構成方式與相關性結構, 如何影響分券風險特徵。其次於第2節中, 對於集中度風險之分析, 將其分爲由債權群組之構成包含不同資產個數與跨區域的分布程度之標的房貸集中, 以及相關性結構改變引發之集中度風險, 並利用第參章考量集中度風險之損失起賠點估算方式, 分析於不同風險情境下, 對房屋抵押貸款證券中 AAA 評等之分券損失起賠點之影響, 並用以檢驗評等合理性。最後, 我們綜合分析房貸個數與區域分布及相關性結構兩大集中度風險之於損失起賠點的影響。

4.1 房屋抵押貸款證券之分券風險特徵

4.1.1 商品契約內容

以下針對市場上房貸的特性做一簡介, 並依此作爲結構式商品參數設定的基準, 以便進行後續數值分析。在考量提前償還下, 房貸的平均存續期間將由20至30年的長期契約大幅縮短至5年, 因此假設標的房貸之契約期間爲5年, 並以5年期的債券違約機率爲參考值。表1即爲穆迪公司於1970至2011年所公佈的5年期 AAA 與 BBB 信用評等之違約機率與預期損失。

由表1可知, 獲評爲 AAA 評等的5年期債券, 到期前遭受損失的機率爲0.101%, 若評估之分券與該評等債券具有相同的違約機率, 則給予該分券 AAA 的信用評等。

信用市場上可分爲以信用違約交換 (Credit Default Swap, CDS) 爲基

臺灣大學學術期刊資料庫

表 2: 分券結構與評等

分券種類	損失起賠點	損失止賠點	評等
先償分券	14%	100%	AAA
次償分券	6.51%	14%	BBB
權益分券	0%	6.51%	unrated

礎來編列標準化之信用指數 (credit indices), 如 Markit iTraxx 與 CDX.NA 分別是由歐洲與北美 125 間投資等級公司 (investment grade) 的信用違約交換所組成, 並於相同權重設定下所編製成的指數。標準化契約例如合成型擔保債權憑證 (Synthetic Collateral Debt Obligations), 即是以上述指數成分標的物建構其資產池而證券化。至於資產擔保證券 (Asset Backed Securities, ABS) 標的資產個數, 國內如元大京華證券發行 (證券代碼: 01031S) 之債權資產證券其標的資產由 35 筆債券所構成, 國外由 Aegis Asset Backed Securities Trust 所發行 (證券代碼: 00764MFJ1) 之資產擔保憑證其標的債權群組則由 1,071 個貸款組成。

我們於內文中所設定的房貸個數範圍因而參照上述公開發行的結構式商品資訊。我們由 10 個爲雛型出發以建立單一資產集中度之論述。我們進而依序探討資產個數約 100 個如合成型擔保債權憑證的情境, 最後探討如資產擔保證券高達 1,000 個左右標的資產的情境, 以提供讀者觀察資產集中度在於結構式商品內部信用增強中所扮演的角色。爲簡化分析, 在本文中我們建構一標竿 (benchmark) 債權群組, 假設房屋抵押貸款證券之債權群組由 100 個相同區域之 BBB 評級之房貸所構成, 且採用同質性資產的假設, 即每個標的房貸有相同之名目本金、違約機率 $p = 1.875\%$ 與回復率 $R = 40\%$, 且各標的資產間的相關係數設爲 $\rho = 0.2$。

如表 2 所示, 依此債權群組共發行三種不同受償順位之分券, 當標的房貸發生違約, 依其損失程度依序由權益分券、次償分券與先償分券分別就約定之範圍承擔違約損失。各分券範圍由其損失起賠點與損失止賠點共同決定, 如權益分券的損失起賠點爲 0%, 止賠點爲 6.51%, 表示該分券將承擔標的房貸群組累積違約損失之前 6.51%, 次償分券將承擔累積損失之 6.51% 至 14%, 累積違約損失超過 14% 部分則由先償分券承擔, 其中各

臺灣大學學術期刊資料庫

分券損失起賠點可視爲該分券所受的信用保護程度, 或稱爲分券之擔保額度。最後, 根據各分券之設定, 並依據違約機率評等準則給予各分券相對應之信用評等。

4.1.2 分券損失型態

在因子模型架構下, 基於條件獨立的特性, 可知給定系統風險因子, 標的資產的違約爲彼此獨立, 此時債權群組內違約家數將服從二項分配 $B(N, p(M_u))$。對房屋抵押貸款證券而言, 其標的房貸個數已足以平均數爲 $N \cdot p(M_u)$ 與變異數 $N \cdot p(M_u) \cdot (1 - p(M_u))$ 之常態分配予以近似該二項分配。此時債權群組之條件損失比率可表示爲:

$$L|M_u \sim N\left((1-R)\cdot p\left(M_u\right), \frac{(1-R)^2}{N}\cdot p\left(M_u\right)\cdot\left(1-p\left(M_u\right)\right)\right), \tag{41}$$

其中 $p(M_u)$ 爲條件違約機率。

在得知債權群組條件損失比率之分配後, 可推得損失起賠點爲 a 之分券條件違約機率, 如下所示:

$$\begin{aligned} p^a\left(M_u\right) &= Pr\left(L > a|M_u\right) \\ &= 1 - N\left(\sqrt{N}\frac{a-(1-R)\cdot p\left(M_u\right)}{(1-R)\cdot\sqrt{p\left(M_u\right)\cdot\left(1-p\left(M_u\right)\right)}}\right)。 \end{aligned} \tag{42}$$

其中假設本小節內所有分券皆爲數據分券 (digital tranche), 即當債權群組損失比率超過該分券之損失起賠點, 分券損失爲 1, 反之則爲 0。因此, 分券於總體狀態 M_u 下期望損失可表爲 $p^a(M_u)$, 同時也可用於判斷分券於 M_u 狀態下評等。

在因子模型架構下, 我們必須能夠了解違約機率與條件違約機率所隱含的意義與差別性。所謂資產的違約機率, 指的是給定目前所有可得資訊下, 預測資產於契約期間內發生違約事件的可能性, 或稱爲預期違約機率。至於條件違約機率, 則爲已知契約期間內系統風險因子真實值下, 標的資產實際的違約機率。信評機構所採之違約機率評等準則, 即爲期望值的概念, 爲契約期間內所有可能系統風險下之條件違約機率的平均值。因此可

臺灣大學學術期刊資料庫

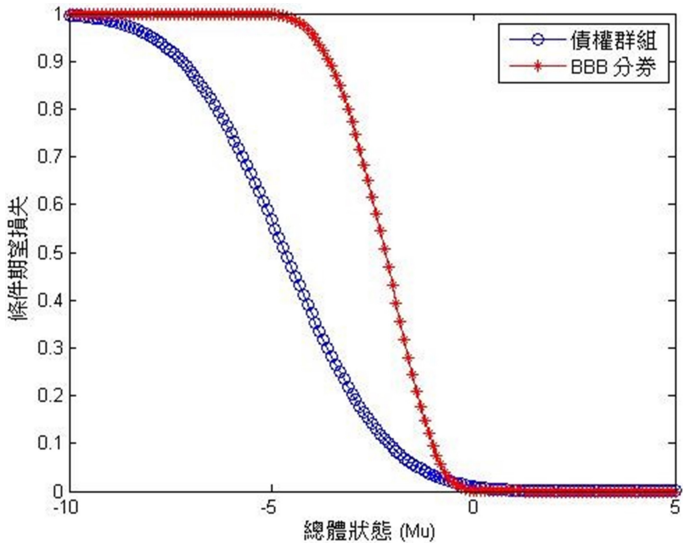


圖 1: 資料點以圓形與星號所顯示的分別表同爲 BBB 評等之債權群組與分券, 於不同系統風險狀態下之期望損失

藉由條件違約機率 $p^a(M_u)$ 數值, 推得損失起賠點爲 a 之分券於總體狀態 M_u 下所對應的信用評等。

藉由 (41) 式與 (42) 式, 分別繪出債權群組與各分券, 於不同系統風險狀態下的期望損失。圖 1 即同爲 BBB 信用評等之債權群組與次償分券, 於不同系統因子下期望損失型態。由圖 1 可觀察出, 當總體狀態好時 (系統風險因子 $M_u \geq 1$), 兩者均可拿到完全收益, 即無違約事件的發生, 隨著總體環境逐漸衰退, BBB 分券在無損失發生的同時, 債權群組已開始承擔些微的損失, 一旦總體環境轉至一臨界狀態時, 些許狀態的波動將反倒造成 BBB 分券大幅度的損失。

表示當總體環境處於較佳狀態, BBB 分券的表現顯得平穩, 不過當景氣發生衰退, 分券損失幅度或違約機率 $p^a(M_u)$ 隱含降評幅度, 遠超過相同評等之債權群組, 突顯出 BBB 分券系統風險的敏感度遠大於相同評等之債權群組。

一般結構式商品的優點在於, 藉由增加標的資產的個數與資產間的異質性達到降低風險的可能。由上述結果可知, 在標的資產個數 $N = 100$ 且

臺灣大學學術期刊資料庫

表 3: 不同資產個數下之分券結構

	N=10		N=100		N=1,000	
	損失起賠點	損失止賠點	損失起賠點	損失止賠點	損失起賠點	損失止賠點
先償分券	20.09%	100%	14%	100%	13.15%	100%
次償分券	9.65%	20.09%	6.51%	14%	6.03%	13.15%
權益分券	0%	9.65%	0%	6.51%	0%	6.03%

資產間相關性 $\rho = 0.2$ 時, 結構化過程使得具有相同信用評等之債權群組與分券, 兩者存有不同的支付型態, 且分券顯然具有較高之系統性風險敏感度。以下分別探究標的房貸個數或房貸相關性的改變, 是否會影響至債權群組及分券的風險表徵。

首先, 維持標的房貸相關性 ρ 不變下, 資產個數的增加, 由債權群組之條件損失比率分配可知, 條件期望損失並不受標的資產個數影響, 因此債權群組於各狀態下之期望損失仍如圖 1 所示。不過值得注意的是, 債權群組條件損失比率分配之標準差與資產個數呈負相關, 特別是當標的資產個數增加至無窮多時, 如 Vasicek (1991) 運用大數法則推得之大樣本投資組合下, 債權群組之條件損失比率將收斂至條件期望值。標的資產個數增加雖不影響債權群組條件期望損失型態, 卻著實的影響條件損失比率之分配, 因而改變各分券損失分配之建構, 引發分券評等的變動。

爲檢驗標的資產個數增加, 如何影響相同評等分券之條件期望損失型態, 在增加資產個數的同時, 進行損失起賠點與止賠點之調整, 以使各分券評等維持不變, 調整後的分券結構如表3所示:

於表 3 中, 可觀察到標的資產個數由 10 增加至 1,000, 同爲 AAA 信用評等之先償分券之損失起賠點由 20.09% 降至 13.15%, 主因爲資產個數的增加分散債權群組內非系統風險, 因而可包覆出更高比例之 AAA 分券。接著, 將不同資產個數之 AAA 評等的先償分券, 其條件期望損失型態以圖 2 呈現。由此發現, 隨著資產個數的增加, 將提高 AAA 分券損失之系統風險敏感度, 其中, 當資產個數增至 1,000 時, 景氣衰退至一臨界點則立即造成該分券完全損失, 顯示出即使同爲 AAA 評等之分券, 標的資產個數的差異, 卻導致彼此有著截然不同的風險表徵。

上述結果呼應 Coval, Jurek, and Stafford (2009a) 指出有關結構式商

臺灣大學學術期刊資料庫

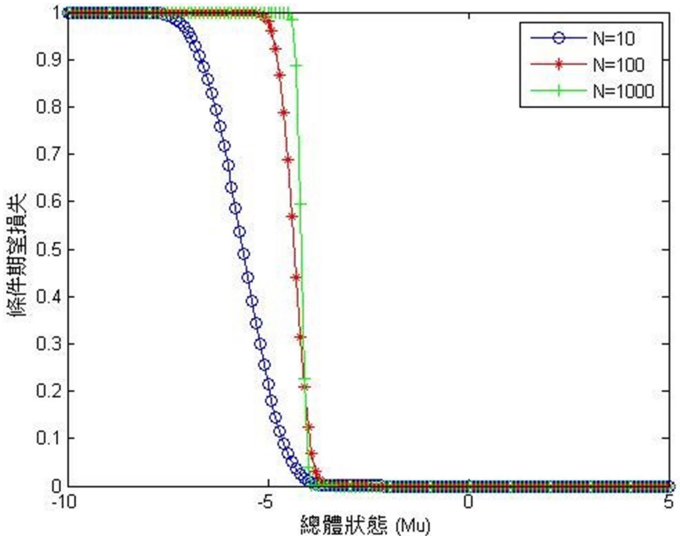


圖 2: 資料點以圓形、星號與加號所顯示的分別爲標的房貸個數爲10個、100個與1,000個下, AAA 評等之分券, 於不同系統風險狀態下之期望損失

品, 透過清償順位結構的設定, 使得越高順位分券之違約事件的發生, 集中於總體環境越差的狀態之下亦即結構化將使得高順位的分券曝險於高度系統風險中。文中除了探討債權群組內標的資產個數外, 更進一步檢視相關性變動對債權群組與 AAA 分券風險構面之影響。

以下檢視在標的房貸個數同爲100個的條件下, 逐步地增加資產相關性係數, 對債權群組與分券風險構面影響。由債權群組條件損失比率分配可知, 相關係數的變動將同時影響至條件損失比率分配之期望值與變異數, 以圖3表示債權群組各狀態下期望損失型態。由此可發現, 相較於資產個數改變並不影響債權群組條件期望損失型態, 相關係數 ρ 的增加, 則直接提高債權群組損失對系統風險的敏感度。可預期債權群組條件損失比率分配型態的轉變, 將反應至各分券的風險表徵, 造成分券評等的波動。

同樣地, 爲檢驗相關係數的改變, 如何影響相同評等分券的條件期望損失型態, 因此在提高相關係數的同時, 必須對各分券結構進行調整, 用以確保評等不受相關係數改變影響, 調整過後各分券損失起賠點與損失止賠點如表4所示: 表4: 不同相關係數下之分券結構

臺灣大學學術期刊資料庫

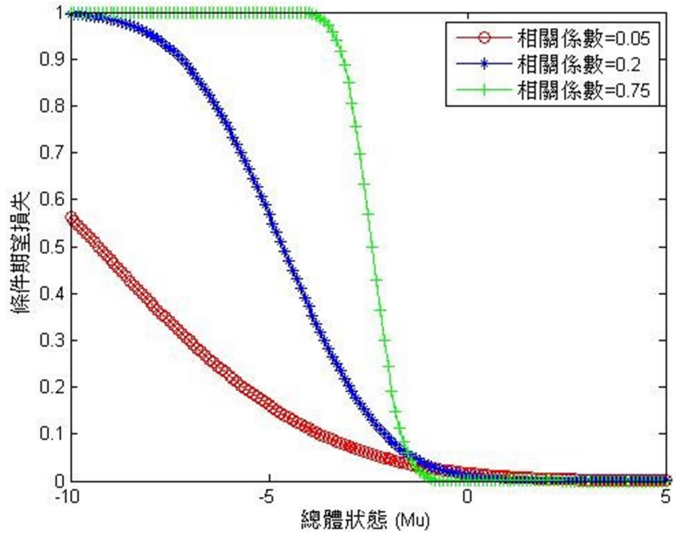


圖 3: 資料點以圓形、星號與加號所顯示的分別爲標的房貸相關係數爲0.05、0.2與0.75下, 債權群組於不同系統風險狀態下之期望損失

表 4: 不同資產個數下之分券結構

	$\rho = 0.05$		$\rho = 0.2$		$\rho = 0.75$	
	損失起賠點	損失止賠點	損失起賠點	損失止賠點	損失起賠點	損失止賠點
先償分券	6.09%	100%	14%	100%	53.3%	100%
次償分券	3.82%	6.09%	6.51%	14%	17.6%	53.3%
權益分券	0%	3.82%	0%	6.51%	0%	17.6%

於表4中, 標的房貸相關係數由0.05改爲0.75, 將造成相同評等之 AAA 分券損失起賠點由6.09%升至53.3%, 表示相關性的提高隱含債權群組存有高度違約群聚的可能, 所提升之風險將減少可切割出高信用評等之比例。另外, 將不同標的房貸相關係數之 AAA 評等的先償分券, 其條件期望損失型態以圖4呈現。由圖4可知, 即便相關係數處於較低水準 $\rho = 0.05$, 以條件期望損失與系統風險因子陡峭程度可觀察出, AAA 分券已具備高度之系統風險敏感度, 另外, 比較圖2與圖4, 可發現在標的房貸個數同爲100下, 當房貸間相關係數由0.2增至0.75, 將進一步加深 AAA 評等之分券對系統風險的敏感度。

臺灣大學學術期刊資料庫

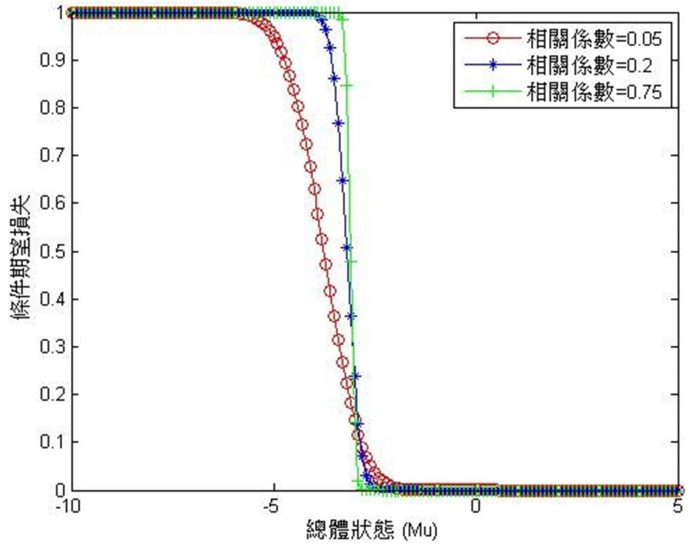


圖 4: 資料點以圓形、星號與加號所顯示的分別爲標的房貸相關係數爲0.05、0.2與0.75之 AAA 評等分券於不同系統風險狀態下之期望損失

最後, 比較表3與表4, 發現同樣爲維持分券的評等處於一致情況下, 標的資產個數的增加對於損失起賠點設定的影響, 顯然不及相關係數的改變, 例如當標的資產個數由1,000降至10時, AAA 評等先償分券之損失起賠點僅提高6.94%, 當相關係數由0.05增加至0.2時, 損失起賠點提高7.91%, 一旦相關係數至0.75, 損失起賠點增加47.21%。

上述結果主要藉由同一區域之房貸構成之債權群組, 描繪債權群組的構成, 如標的資產個數與相關性差異, 如何影響到各分券對系統風險因子的敏感程度。對結構式商品而言, 如擔保債權憑證其標的資產個數通常爲100個, 資產擔保證券標的資產個數甚至超過1,000個, 藉此可觀察出當債權群組將非系統風險近乎完全分散的同時, 已大幅地增加分券系統風險敏感度, 使得相關性結構的考量儼然成爲決定分券風險構面的主要因素。

值得注意的是, 利用單因子模型無法真實地捕捉債權群組之相關性結構, 特別是房屋抵押貸款證券, 群組的構成包含多個區域之房貸, 因此以下透過多因子架構模型, 探討債權群組內集中度對分券評等合理性之影響。

臺灣大學學術期刊資料庫

4.2 房屋抵押貸款證券分券之風險分析

對於集中度風險之分析, 本節將其分爲四個部分, 其一爲債權群組依不同標的房貸個數與房貸分布區域, 著重於標的房貸集中情形對損失起賠點之影響。其次, 固定債權群組內房貸個數以及分布區域, 探討於相關性結構改變所延伸出集中度現象。接著說明房貸分布與相關性結構所產生集中度之間的關聯性。最後綜合論述房貸個數或區域分布與相關性結構兩大效果對損失起賠點之影響。

在債權群組內區域個數與權重分布之設定上, 文中建構 5 種不同區域集中程度之債權群組, 我們對應實務界廣泛使用之赫芬達指數下集中程度分別爲 0.2、0.25、0.4、0.65 到 1 的債權群組, 以界定本文中 5 個區域集中程度, 藉以檢視不同區域集中程度對分券損失起賠點之影響。

以下, 對於標的房貸之個數, 分爲由 100 與 1,000 構成之債權群組。接著, 建構 5 種不同區域集中程度之債權群組,[2] 其中, 債權群組 1 爲標的資產均勻分佈至 5 個區域中, 亦即每個區域權重各佔 20%, 接著將債權群組 1 內之前 4 個區域內之房貸各移 25% 至第 5 個區域, 構成債權群組二, 此舉將使得前 4 個區域之房貸各佔整體債權群組之 15%, 而第 5 個區域權重升至 40%。每次調降前 4 個區域各 5% 之權重並轉移至第 5 區域中, 延續此步驟, 直至所有的標的房貸完全集中於第 5 區域。另外, 以赫芬達指數呈現區域集中的程度, 因此區域集中由低至高的債權群組 1 至 5 如表 5 所示。在已知標的房貸個數與房貸區域分布後, 即可明確地得知整體債權群組之構成方式。

多因子模型之架構, 允許我們依房貸區域對債權群組進行劃分, 探討區域集中現象對損失起賠點之影響。本文藉由 Pykhtin (2004) 以單因子微粒化投資組合逼近多因子損失分配之方式, 進行對分券損失起賠點之估算, 其中包含以單因子近似多因子時的因子調整項, 與針對投資組合未完全微粒化下之微粒化調整項。文中所使用單因子微粒化投資組合, 即爲引

[2]本文透過以下債權群組之建構方式, 即標的房貸個數爲1,000 個且區域個數由 1 個逐步增加至 100 個, 同時假設每個區域權重一致, 發現在區域個數超過 5 個以上, 分券之損失起賠點即使搭配不同之池間相關係數數值結果相當接近, 文中選擇建構 5 個區域之債權群組, 且納入不同區域權重分配, 更能確切捕捉債權群組區域集中變化對房屋抵押貸款證券損失分配影響。

國立政治大學學術期刊資料庫

表 5: 不同區域集中程度之債權群組

	債權群組 1	債權群組 2	債權群組 3	債權群組 4	債權群組 5
區域 1	20%	15%	10%	5%	0%
區域 2	20%	15%	10%	5%	0%
區域 3	20%	15%	10%	5%	0%
區域 4	20%	15%	10%	5%	0%
區域 5	20%	40%	60%	80%	100%
HHI	0.2	0.25	0.4	0.65	1

用 Gordy (2003) 之漸進式單因子系統風險模型概念, 屬於僅受系統風險影響之函數, 此外以單因子逼近多因子過程中, 衍生之必要且無法分散之因子調整項, 同樣歸屬於系統風險部位。因此在考量區域集中下, 相關損失起賠點 $\mathrm{VaR}_q(L)$ 之估算, 可將其拆解爲 $\mathrm{VaR}_q(\bar{L})\Delta + \mathrm{VaR}_q^{\infty}$ 系統風險部位, 以及隨房貸個數增加而遞減之可分散非系統風險 $\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$ 部位。

4.2.1 房貸個數與區域分布之集中度風險分析

本小節於固定相關性結構下, 分別就債權群組內標的資產個數與資產區域分布差異, 說明單一資產集中與區域集中對分券損失起賠點之影響。

以下對債權群組內標的房貸之特性, 作一同質性假設, 即令所有標的房貸有相同之名目本金, 使得標的資產權重爲 $w_i = 1/N$、預期違約機率 $p_i = p = 0.05$、回復率75%, 且同一區域內標的資產相關係數 $\rho = 0.1$, 區域因子間相關係數 α 區域因子間。將不同標的房貸個數與區域分布之債權群組組合下, 對應之損失起賠點結果列於表6:

首先, 在確定標的房貸區域分布狀況下, 藉由標的資產個數的不同, 試著驗證單一資產集中度所引發未完全分散的非系統風險對損失起賠點影響。以均勻區域分布之債權群組 1 爲例, 由表 6 Panel A 與 Panel B 可發現, 因維持債權群組內區域權重不變情形下, 故考量區域集中部位之損失起賠點同爲3.7043%, 隨著標的資產個數由 100 增至 1,000, AAA 分券之損失起賠點由 5.4392%降至 3.8778%, 調降的主因正是因爲單一資產集中度衡量

臺灣大學學術期刊資料庫

表 6: 標的房貸個數與區域分布之債權群組組合損失起賠點

	債權群組 1	債權群組 2	債權群組 3	債權群組 4	債權群組 5
Panel A: $N = 100$					
$\Delta\text{VaR}_q^{\infty}$	0.0247%	0.0348%	0.0378%	0.0141%	0.0000%
ΔVaR_q^{GA}	1.7349%	1.6331%	1.4367%	1.2897%	1.2024%
系統 VaR	3.7043%	3.9228%	4.4972%	5.2262%	6.0122%
$\text{VaR}_q(L)$	5.4392%	5.5559%	5.9339%	6.5158%	7.2146%
Panel B: $N = 1{,}000$					
$\Delta\text{VaR}_q^{\infty}$	0.0247%	0.0348%	0.0378%	0.0141%	0.0000%
ΔVaR_q^{GA}	0.1735%	0.1633%	0.1437%	0.1290%	0.1202%
系統 VaR	3.7043%	3.9228%	4.4972%	5.2262%	6.0122%
$\text{VaR}_q(L)$	3.8778%	4.0861%	4.6409%	5.3551%	6.1324%

註: Panel A 與 Panel B 分別爲標的資產個數爲 100 與 1,000 下, 依不同區域分布構成之債權群組。債權群組 1 爲 5 個區域各佔 20%; 債權群組 2 爲前 4 個區域各佔 15% 第 5 個區域佔 40%; 債權群組 3 爲前 4 個區域各佔 10% 第 5 個區域佔 60%; 債權群組 4 之前 4 個區域各佔 5% 第 5 個區域佔 80%; 債權群組 5 則完全集中於第 5 個區域。

指標之微粒化調整項由 1.7349% 降至 0.1735%, 表示藉由標的資產個數的增加, 的確能達到分散非系統風險的可能。

同時, 也可觀察出在標的資產個數越少之債權群組, 單一資產集中之考量顯得相對重要, 如 $N = 1{,}000$ 降至 $N = 100$ 時, 微粒化調整項占整體損失起賠點之 4.47% 增加至 31.89%, [3] 表示於標的房貸越少之債權群組, 忽略此一要素將造成集中度風險嚴重低估。

接著, 於固定標的資產個數爲 $N = 1{,}000$ 下, 分析不同區域集中程度下對應之損失起賠點。藉由表 6 Panel B, 可發現隨著區域集中度由低至高, AAA 分券之損失起賠點也隨之增加, 如由債權群組 1 之 3.8778% 增至債權群組 3 的 4.6409%, 當標的資產完全集中於同一區域時, 損失起賠點增至 6.1324%, 相較於標的資產均勻散布於各區域之債權群組 1 損失起賠點更是成長了 58.14%, 顯示出考量區域集中重要性。

[3] 微粒化調整項占整體損失起賠點之比率爲 $\Delta\text{VaR}_q^{GA}/\text{VaR}_q(L)$。

臺灣大學學術期刊資料庫

4.2.2 相關性結構之集中度風險分析

Coval, Jurek, and Stafford (2009b) 指出結構式商品之評等, 深受模型以及參數估計風險影響, 特別是模型之違約相關性之描述, 以及違約機率與相關係數等參數估計, 些微的差異將造成評等的變動。然而, 以次級房貸所包覆之結構式商品, 其房貸借款者本身信用品質即隱含極大之違約風險, 另外標的房貸過度集中於部分區域與年份, 礙於次級房貸資料限制與忽略房貸之集中現象, 造成違約機率與相關性係數低估, 透過結構化過程放大此一偏差, 總體環境的變化即刻造成結構式商品評等的崩落。

本文於 AAA 分券評等合理性之論述上, 同時考量不同違約機率之風險情境下, 集中度風險之於損失起賠點之影響。一般市場上所售之基本房屋抵押貸款證券, 依信用評等由低至高分爲五種分券: 未評等分券、BBB、A 與 AA 評等之次償分券與 AAA 評等的先償分券。其中 AAA 評等之分券, 通常佔整體名目本金的75%–85%, 表示其擔保額度範圍介於 15%–25%, 亦即可承受 15%–25% 名目本金的損失。亦即若估算出之損失起賠點超過 15%, 則市場上部分 AAA 評等分券屬不合理, 超過 25% 則表示所有 AAA 評等分券均爲不合理之評估。在不同的風險情境分析上, 違約機率的界定爲不可缺失的一環。而與本文最具同質性的研究爲 Hull and White (2010), 其文章, 如同我們在本文前言中所指出, 忽略了非系統風險於內部信用增強所扮演的角色。我們因此在風險情境的設定上, 參照其違約機率的設定, 以利於我們與其文章作比對: 於1999年至2006年間, 平均存續期間爲5年的美國房貸之違約機率 p 處於不到5%的低水平, 直至2007年到2010年間, 總體環境受到次貸風暴與金融海嘯影響, 可預料違約機率將往上攀升, 此處以歷史資料高點 10% 爲代表。另外, 爲彌補文中信用風險模型未考量房屋貸款提前清償之特性, 本文將其反應至違約機率上, 考量將違約機率提升至 20% 之極端情形。因此, 在低風險情境下, 文中分別設其爲 $p_A = 5\%$ 且 $p_B = 10\%$。同樣地爲反映次貸危機、金融海嘯影響以及提前清償造成違約率的提升, 另外將各區域房貸之違約機率, 分別調高至 $p_A = 10\%$ 與 $p_B = 20\%$ 之高風險氛圍。

以下所探討之房屋抵押貸款證券由 1,000 個標的房貸構成, 進一步將資產均勻地劃分爲 A 與 B 兩個區域, 即分別擁有 500 個房貸, 且假設不同

臺灣大學學術期刊資料庫

區域有其各自違約機率 p_A 與 p_B。藉由不同池內與池間相關性搭配上述違約機率之組合, 以表達不同的風險情境, 檢驗房屋抵押貸款證券 AAA 分券損失起賠點的改變。

表7 Panel A 與 Panel B 分別爲標的房貸處於低違約風險與高違約風險環境, 且在不同池內和池間相關性設定下, 檢視其對 AAA 分券損失起賠點之影響。

由 Panel A 可觀察出, AAA 分券之損失起賠點 $\mathrm{VaR}_q(L)$ 隨著資產相關性之提升而增加。以池內與池間相關性皆爲0.05之組合爲例, 其損失起賠點爲4.5296%, 在其他條件不變下, 若池內相關係數提高至0.2, 損失起賠點升至8.1953%; 相對地, 在其他條件不變的情形下, 若池間相關係數轉爲0.95, 損失起賠點將增加至5.5638%。也可發現於低風險情境下, 若轉爲高度相關性結構下, 如池內與池間相關係數分別爲0.3與0.95, 損失起賠點提高至14.9555%, 表示實際 AAA 分券內部信用增強尚可支撐其評等。另外, 於債權群組標的資產個數 $N = 1{,}000$ 下, 相關 AAA 分券之損失起賠點中, 僅些許歸屬於微粒化調整項 $\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$ 中, 主要顯示於系統性風險所估算之風險值 $\mathrm{VaR}_q(\bar{L}) + \Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$ 部位上。以池內與池間相關係數分別爲0.2與0.5爲例, 其系統風險部位佔整體損失起賠點比例約99%。然而, 由於標的房貸均勻分布於兩區域中, 在固定區域集中情形下, 顯示出債權群組相關性結構的改變造成集中度變化, 直接反應在擔保額度之系統風險部位。

不過, 表7也呈現出在違約相關性越低時, 微粒化調整項佔擔保額度比率越高, 如池內相關係數爲0.05, 隨著池間相關係數由0.5降至0, 微粒化調整項佔擔保額度的比例由3.9%增至5.1%, 接著, 維持池間相關係數於0.5, 將池內相關係數由0.1轉爲0.05, 則微粒化調整項佔整體擔保額度比例由2.1%進一步提高到3.9%。主要原因在於, 違約相關性越低表示系統風險承載係數越低, 受系統風險因子影響越小, 相對地提高非系統風險的敏感度, 突顯出單一資產集中風險在違約相關性低時的重要性, 特別當債權群組資產個數越少的情形下, 更是不能輕忽。

最後, 表7 Panel B 顯示於高風險情境下, AAA 分券損失起賠點與相關性結構的整體趨勢與前述低風險情境下一致, 差異處僅在於損失起賠點 $\mathrm{VaR}_q(L)$ 值均往上調升。另外, 若以資產組成結構解釋 Panel A 與 Panel B

臺灣大學學術期刊資料庫

表 7: AAA 評等分券之損失起賠點

	0				0.05				0.5				0.95			
	$\mathrm{VaR}_q(L)$	$\mathrm{VaR}_q(\tilde{L})$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$	$\mathrm{VaR}_q(L)$	$\mathrm{VaR}_q(\tilde{L})$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$	$\mathrm{VaR}_q(L)$	$\mathrm{VaR}_q(\tilde{L})$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$	$\mathrm{VaR}_q(L)$	$\mathrm{VaR}_q(\tilde{L})$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$
Panel A:																
0.05	4.4735%	4.2278%	0.0189%	0.2268%	4.5296%	4.2903%	0.0162%	0.2231%	5.0457%	4.8461%	0.0043%	0.1952%	5.5638%	5.3878%	0.0004%	0.1755%
0.1	5.7791%	5.5620%	0.0487%	0.1684%	5.8754%	5.6686%	0.0412%	0.1657%	6.7813%	6.6262%	0.0094%	0.1457%	7.7068%	7.5741%	0.0009%	0.1318%
0.2	8.0235%	7.8045%	0.0932%	0.1259%	8.1953%	7.9951%	0.0763%	0.1239%	9.8358%	9.7115%	0.0145%	0.1097%	11.5150%	11.4123%	0.0023%	0.1004%
0.3	9.9899%	9.7959%	0.0880%	0.1060%	10.2388%	10.0683%	0.0662%	0.1044%	12.6047%	12.4992%	0.0120%	0.0934%	14.9555%	14.8640%	0.0048%	0.0868%
Panel B:																
0.05	7.4701%	7.1908%	0.0115%	0.2678%	7.5556%	7.2817%	0.0109%	0.2629%	8.3032%	8.0668%	0.0084%	0.2280%	9.0068%	8.8010%	0.0013%	0.2045%
0.1	9.1463%	8.9257%	0.0207%	0.1998%	9.2866%	9.0710%	0.0194%	0.1962%	10.5137%	10.3268%	0.0155%	0.1714%	11.6596%	11.5019%	0.0026%	0.1551%
0.2	11.7967%	11.6233%	0.0224%	0.1511%	12.0297%	11.8580%	0.0230%	0.1486%	14.0305%	13.8634%	0.0351%	0.1320%	15.8201%	15.6916%	0.0064%	0.1221%
0.3	14.0027%	13.8484%	0.0251%	0.1292%	14.3166%	14.1552%	0.0341%	0.1274%	16.9128%	16.7152%	0.0815%	0.1161%	19.0568%	18.9329%	0.0129%	0.1110%

註: Panel A 與 Panel B 分別爲債權群組處於低與高風險情境, 其中低風險環境中令區域 A 之房貸預期違約機率爲 $P_A = 5\%$ 且區域 B 房貸違約機率爲 $P_B = 10\%$; 至於高風險環境則令區域 A 與 B 之房貸預期違約機率分別升至 $P_A = 10\%$ 與 $P_B = 20\%$。回復率均爲 $R = 75\%$。$\mathrm{VaR}_q(L)$ 爲 AAA 分券之損失起賠點。$\mathrm{VaR}_q(\tilde{L})$ 爲以單因子微粒化投資組合近似之損失起賠點。$\Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$ 爲以單因子逼近多因子分配之多因子調整項。$\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$ 爲非系統風險之微粒化調整項。

國立臺灣大學學術期刊資料庫

中損失起賠點之結果, 發現在固定同樣違約機率爲 10% 之區域標的資產, 當債權群組之組成由違約機率爲 5% 改爲違約機率爲 20% 之區域房貸, 即爲造成損失起賠點 $\mathrm{VaR}_q(L)$ 往上調升之主因, 其中系統性風險部位均佔整體擔保額度 96% 以上, 表示債權群組中標的資產結構的改變對擔保額度內系統風險部位存有極大影響, 特別是增加高違約機率之房貸, 將大幅提升損失起賠點, 呼應 Benmelech and Dlugosz (2010) 之研究, 發現2007與2008年間被降評的結構式商品共同的特性在於, 標的資產約 54% 由高違約機率之房屋淨值貸款組成。

在基本個案中, 將標的資產依所屬區域別, 分爲違約機率較低與違約機率相對較高之區域房貸, 且兩區域之回復率均依美國房貸市場平均值設爲常數 $R = 75\%$。依此設定之下, 即便是債權群組內的標的房貸全數違約, 至多僅損失名目本金之 25%, 隱含房屋抵押貸款證券 AAA 分券僅需將起賠點設置 25% 以上, 則能確保損失不致侵蝕到該分券本金, 評等必定合理。

在此本文沿用 Hull and White (2010) 對回復率之設定, 使得回復率與條件違約機率呈反向關係, 即:

$$R_i = R_{\min} + (R_{\max} - R_{\min}) \exp\left(-d_i \hat{p}_i\right), \tag{43}$$

其中

$$d_i = -\frac{\ln\left[(R^* - R_{\min}) / (R_{\max} - R_{\min})\right]}{p_i}, \tag{44}$$

且 $\hat{p}_i$ 爲資產 i 之條件違約機率, 而 $R_{\max}$ 與 $R_{\min}$ 分別爲條件違約機率 $\hat{p}_i$ 爲0與100%時之回復率, 在此設定中的回復率, 將隨著個別條件違約機率的提高而降低。$R^* = 0.75$ 則爲條件違約機率 $\hat{p}_i$ 等於預期違約機率 p_i 時之回復率。

以下將回復率設爲與條件違約機率呈負相關之函數, 使不同區域之次級房貸得以分別對應出各自回復率並將隨機回復率之設定, 對 AAA 分券損失起賠點估算結果列於表8, 以探討分券評等的合理性。

由表7與表8可知, 在隨機回復率的設定下, 隨著違約相關係數或違約機率風險情境參數之提高, 損失起賠點提升的幅度越大。如 Panel A 中, 同處於低違約風險環境之下, 池內與池間係數同爲 0.05 之債權群組, 若將回復率由常數75%改爲隨機設定, 損失起賠點由 4.5296% 提高至 7.7005%,

臺灣大學學術期刊資料庫

表 8: 隨機回復率下 AAA 評等分券之損失起賠點

	0				0.05				0.5				0.95			
	$\mathrm{VaR}_q(L)$	$\mathrm{VaR}_q(\tilde{L})$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$	$\mathrm{VaR}_q(L)$	$\mathrm{VaR}_q(\tilde{L})$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$	$\mathrm{VaR}_q(L)$	$\mathrm{VaR}_q(\tilde{L})$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$	$\mathrm{VaR}_q(L)$	$\mathrm{VaR}_q(\tilde{L})$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$	$\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$
Panel A:																
0.05	7.5982%	7.2867%	0.0326%	0.2789%	7.7005%	7.3984%	0.0281%	0.2740%	8.6299%	8.3835%	0.0080%	0.2383%	9.5499%	9.3355%	0.0008%	0.2136%
0.1	10.7119%	10.4088%	0.0904%	0.2128%	10.8998%	10.6139%	0.0768%	0.2091%	12.6461%	12.4450%	0.0185%	0.1826%	14.4106%	14.2446%	0.0018%	0.1642%
0.2	15.6669%	15.3289%	0.1815%	0.1566%	16.0107%	15.7079%	0.1490%	0.1539%	19.2739%	19.1098%	0.0294%	0.1347%	22.5959%	22.4697%	0.0045%	0.1218%
0.3	19.7726%	19.4718%	0.1741%	0.1267%	20.2715%	20.0158%	0.1312%	0.1245%	24.9984%	24.8646%	0.0247%	0.1091%	29.6833%	29.5746%	0.0096%	0.0991%
Panel B:																
0.05	11.8712%	11.5438%	0.0217%	0.3057%	12.0162%	11.6958%	0.0208%	0.2997%	13.2688%	12.9959%	0.0151%	0.2578%	14.4323%	14.2001%	0.0021%	0.2301%
0.1	15.9508%	15.6771%	0.0421%	0.2315%	16.2085%	15.9416%	0.0399%	0.2270%	18.4348%	18.2085%	0.0304%	0.1959%	20.4890%	20.3088%	0.0047%	0.1755%
0.2	22.0934%	21.8706%	0.0522%	0.1705%	22.5434%	22.3227%	0.0534%	0.1672%	26.3727%	26.1575%	0.0701%	0.1451%	29.7700%	29.6267%	0.0122%	0.1310%
0.3	26.9314%	26.7309%	0.0618%	0.1387%	27.5453%	27.3312%	0.0780%	0.1361%	32.5929%	32.3144%	0.1593%	0.1192%	36.7392%	36.6054%	0.0249%	0.1089%

註: Panel A 與 Panel B 分別爲債權群組處於低與高風險情境, 其中低風險環境中令區域 A 之房貸預期違約機率爲 $P_A = 5\%$ 且區域 B 房貸違約機率爲 $P_B = 10\%$; 至於高風險環境則令區域 A 與 B 之房貸預期違約機率分別升至 $P_A = 10\%$ 與 $P_B = 20\%$。回復率設爲隨機。$\mathrm{VaR}_q(L)$ 爲 AAA 分券之損失起賠點。$\mathrm{VaR}_q(\tilde{L})$ 爲以單因子微粒化投資組合近似之損失起賠點。$\Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty}$ 爲以單因子逼近多因子分配之多因子調整項。$\Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}$ 爲非系統風險之微粒化調整項。

國立臺灣大學學術期刊資料庫

其他條件不變下, 若改爲高違約風險情境下, 即表 8 Panel B 損失起賠點升至 12.0162%; 相對的若檢視高違約風險情境且池內與池間相關係數分別爲 0.3 與 0.5 之組合, AAA 分券之損失起賠點高達 32.5929%。

另外, 於表 8 中, 發現在標的房貸個數 $N = 1{,}000$, 且於隨機回復率的假設下, 是否考量單一資產集中度風險似乎對損失起賠點估算影響不大, 原因如同前述爲非系統風險之分散, 導致微粒化調整項縮減, 即便隨機回復率之設定, 將造成損失起賠點的提升, 也因多角化減緩了非系統部位之影響。

綜合上述, 發現當模型的回復率改爲隨機型態, 使得兩區域資產之回復率皆往下調降, 造成各項風估算結果的上升, 此舉將導致部分組合之損失起賠點超過實際 AAA 分券範圍。如於表 8 Panel B 中, 即便於低相關性結構組合, 如池內相關係數爲 0.2 池間相關係數爲 0, 損失起賠點爲 22.0934%; 進一步將池內與池間相關係數分別提高至 0.3 與 0.95, 損失起賠點升至 36.7392%, 遠超過市場上 AAA 分券實際擔保額度 25%。表示在隨機回復率下, 若不適度地提高信用增強, 給予房屋抵押貸款證券中 AAA 分券的評等, 將顯得過高。

4.2.3 區域與相關性結構集中度風險分析

本小節將檢視債權群組標的資產分布之區域個數與區域相關性, 對於房屋抵押貸款證券損失起賠點之影響。以圖 5 呈現, 將債權群組分布區域由 1 個增加至 100 個, 並搭配不同池間相關係數設定之組合下, AAA 分券之損失起賠點。

由圖 5 呈現出, 當我們固定債權群組組成之區域個數, 隨著池間相關性增加, 將提高分券之損失起賠點。以區域個數 3 個爲例, 當區域間相關係數由 0.2 增至 0.6, 損失起賠點由 17.86% 提高至 22.47%。另外, 在固定區域相關係數下, 則可發現, 債權群組內標的房貸分散的區域越廣, 分券之損失起賠點越低, 表示確實可藉由增加債權群組房貸分布區域個數, 達到降低區域集中風險。

不過, 可發現當區域相關係數越高, 將減損多區域分散集中風險之效益, 如區域相關係數爲 0.2, 區域分布由 2 個提高至 5 個, 損失起賠點將減少

臺灣大學學術期刊資料庫

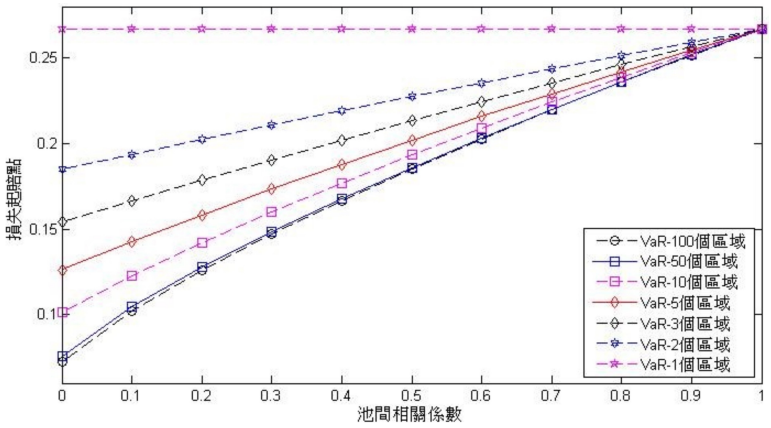


圖 5: 不同房貸區域個數與區域相關性組合下 AAA 評等分券之損失起賠點

表 9: 不同池間相關性下, 債權群組每增加一標的區域平均之損失起賠點變動幅度

	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
損失起賠點幅度%	−1.225	−0.905	−0.711	−0.568	−0.453	0.355	−0.269	−0.192	−0.123	−0.059	0

21.75%, 若區域相關係數爲0.8, 相對應損失起賠點僅降低3.78%。

表9則爲不同池間相關性下, 債權群組每增加一區域個數平均損失起賠點變動幅度, 其中以池間相關係數爲0時, 每增加一區域平均可降低AAA分券之損失起賠點約達1.225%爲最高, 減損幅度隨池間相關係數之提高而遞減, 直至區域彼此爲完全正相關, 此時可將所有區域視爲具有相同性質之同一區域, 而 AAA 分券之損失起賠點將無關債權群組區域分布。

爲能更明確觀察標的區域增加於不同池間相關性下對分券損失起賠點的影響, 將圖5之橫軸由區域相關係數轉爲區域個數並以圖6呈現, 接著於圖7中檢視區域個數之邊際效果。

由圖6呈現出池間相關係數越低, 確實越能透過區域個數增加以降低分券之損失起賠點。以圖7增加區域個數的邊際效果可觀察到債權群組內房貸區域個數越少 ($n \leq 10$) 且區域間相關係數越低時, 每額外增加一區

臺灣大學學術期刊資料庫

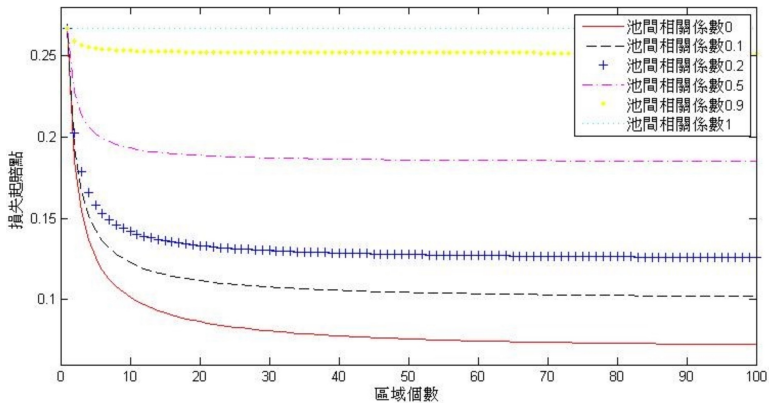


圖 6: 不同房貸區域個數與池間相關性組合下 AAA 評等分券之損失起賠點

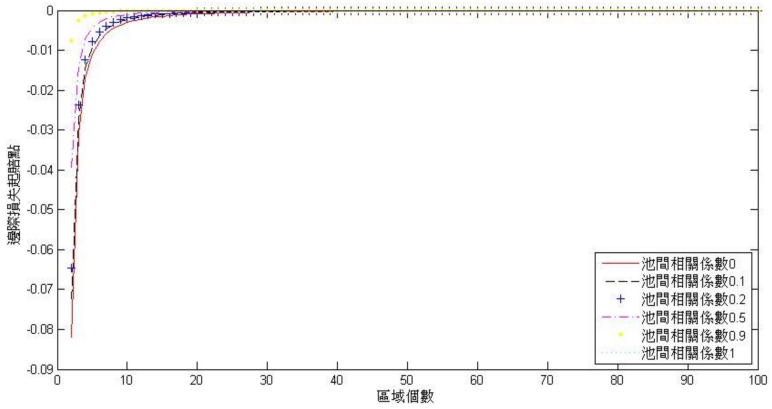


圖 7: 不同池間相關性下之區域個數對 AAA 分券損失起賠點之邊際效果

域損失起賠點降低的幅度越大。不過, 隨著區域個數的增加, 如當債權群組內存有 19 區域之房貸, 此時即便池間相關係數爲 0, 額外增加一區域其所能降低邊際損失起賠點已不到 0.1%, 亦即其他條件不變下, 區域個數增加對損失起賠點減損幅度呈邊際遞減的狀態, 表示當債權群組內區域個數到達某一水準使得邊際效果趨近於 0, 此時已無法透過增加區域個數有效率地降低 AAA 分券之損失起賠點。

整體而言, 當市場上池間相關係數處於低度相關 ($\alpha \leq 0.3$), 債權群組

臺灣大學學術期刊資料庫

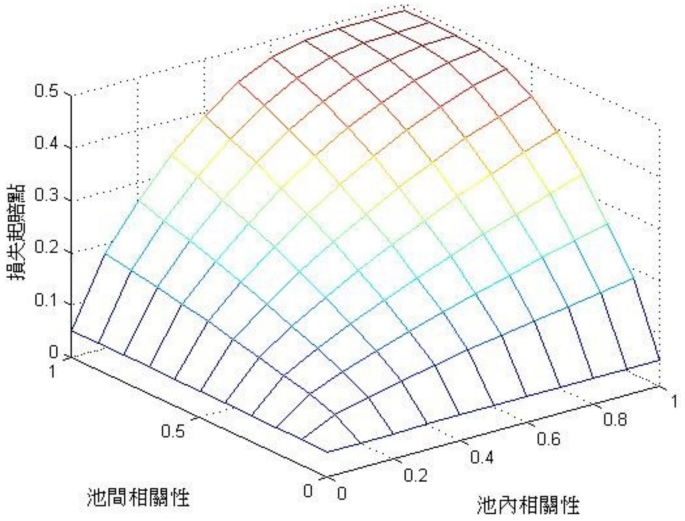


圖 8: 不同池內與池間相關性結構下, 損失起賠點之漸進極值

增至 39 個區域仍具有降低損失起賠點之效果; 相對地, 若市場處於高度池間相關性 ($\alpha \geq 0.7$), 債權群組只要超過 24 個區域, 即無法再透過增加區域個數降低損失起賠點。以下承接本文第參章第 3 節中對於漸進極值下損失起賠點最低水平的論述, 亦即其他條件不變下, 當債群群組由無窮多個房貸與區域個數組成, 所能達到最低之損失起賠點, 並說明相關性結構之考量, 對損失起賠點的影響。

於圖 8 中可發現固定債權群組內池間相關性下, 分券的損失起賠點隨著池內相關程度之下降而降低, 如債權群組內之池間相關係數爲 0.3, 池內相關係數由 0.6 降至 0.2, 損失起賠點由 25.02% 下降至 14.35%。另外, 於固定池內相關性下, 池間相關係數越低同樣能達到降低分券之損失起賠點。表示即使債權群組內已達漸進極值下損失起賠點之最低水平, 仍可透過相關性結構的考量進一步降低集中度風險。突顯出於債權群組的建構上, 應同時考量群組內房貸與區域個數與整體相關性結構之衡量, 而非一昧地追求個數。

臺灣大學學術期刊資料庫

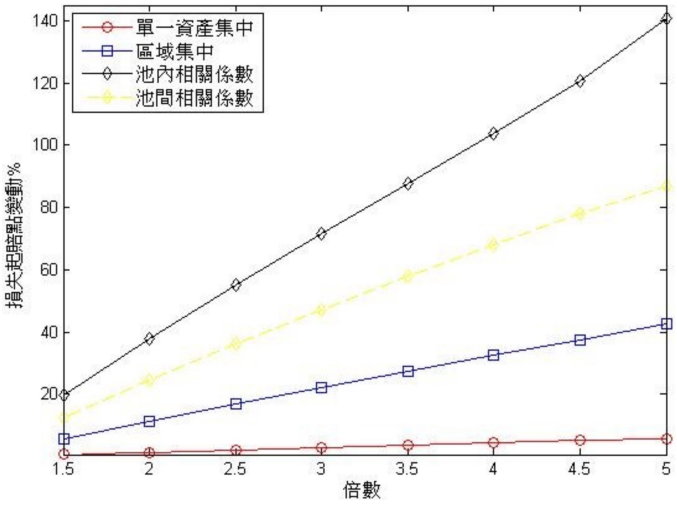


圖 9: 資料點以菱形、菱形虛線、方形與圓形所顯示的分別代表不同類型之集中度於不同集中程度下 AAA 分券損失起賠點的變動幅度

4.2.4 房貸個數、區域分布與相關性結構之集中度風險效果

在本節中, 我們探究房貸個數與區域分布的集中度風險與相關性結構之集中度風險, 兩大效果對於損失起賠點之影響。爲簡化分析, 我們建構一標竿債權群組, 其中標的房貸個數 $N = 1{,}000$、預期違約機率 $p_i = p = 10\%$、隨機回復率、區域個數 $n = 10$, 且標的房貸均勻分布於其中、標的房貸池內相關係數 $\rho = 0.2$ 以及池間相關係數 $\alpha = 0.2$。於其他條件不變下, 分別逐步提高個別房貸、區域分布集中程度與描繪相關性結構之相關性數, 檢視其相較於標竿債權群組之損失起賠點變動的幅度。

由圖 9 中可觀察出, 以標的房貸池內相關係數造成分券損失起賠點變動幅度爲最大、池間相關係數次之接著爲區域集中而標的房貸個數集中程度影響最小。表示房貸個數與區域分布所引發集中度風險不若相關性結構所造成分券損失起賠點之變動幅度。因此針對債權群組內集中度風險的衡量, 除了須考量標的房貸個數與區域個數多寡外, 相關性結構的納入更顯得重要, 特別是債權群組內標的資產分布在相關性程度較高之房貸, 房貸個數與區域集中將放大相關性效果, 導致風險的提升。

臺灣大學學術期刊資料庫

如我們於前言中所述, 實務界廣泛以赫芬達指數爲投資組合集中度風險之衡量基準, 然而該指數計算方式因忽略了相關性結構所扮演的角色, 往往會產生當兩個債權群組內有相同之區域個數與權重分配但不同相關性之區域時, 卻有相同之赫芬達指數的不合理現象。顯然分布在相關性高區域應有相對高之集中度風險, 在本文中集中度風險的衡量則已納入權重分布與相關性結構之考量, 使我們得以進一步捕捉各因素間相互影響的效果之於分券損失擔保額度。

最後, 如文中房屋抵押貸款證券之分券風險特徵中所述, 結構化的過程中標的房貸個數已將非系統風險近乎完全分散, 大幅地增加分券系統風險敏感度, 此時區域的構成以及整體債權群組相關性結構的組成隨即決定分券之風險構面。

5 結論

次貸風暴直至金融海嘯的發生, 輿論指向過於複雜化的結構式商品以及評等不實的信評機構。有鑑於此, 本文首先探討結構化過程如何影響分券之風險特徵。尤其結構式商品的設計, 主要透過增加債權群組內標的資產個數與資產的多樣性, 加以降低群組內單一資產與類別集中程度, 達到分散風險的目的。本研究發現, 債權群組於同質性假設下, 結構化過程中標的資產個數的增加, 並不影響債權群組之條件期望損失型態, 卻大幅提升分券之系統風險敏感度, 呼應 Coval, Jurek, and Stafford (2009a) 之研究。此外, 於其他條件不變下, 本文進一步提高標的資產間相關係數, 此舉將同時改變債權群組與分券之系統風險曝險程度, 不過分券之系統風險敏感度遠大於債權群組。

然而, 房屋抵押貸款證券之債權群組一般由1,000個以上之標的房貸所構成, 群組內之非系統風險接近完全分散, AAA 評等之分券已具備高度之系統風險敏感度, 此時標的房貸間的相關性結構便成爲決定分券風險構面的主要因素。一旦標的房貸存有區域集中現象, 將擴大了相關性對債權群組損失分配的影響, 影響至分券的風險特徵。在集中度風險的分析中, 本文除探討債權群組之標的房貸個數與房貸區域權重外, 整體的相關性結構, 如池內與池間相關係數設定改變延伸之集中度風險一併納入, 分析於不同

臺灣大學學術期刊資料庫

風險情境下, 對結構式商品中 AAA 評等分券損失起賠點的影響, 用以檢驗結構式商品信用評級的合理性。

本文的研究結果顯示, 就資產集中而言, 單一資產集中引發未完全分散之非系統風險對於由房貸個數越少之債權群組切割出分券越顯重要, 不過分券之擔保額度主要源自區域集中, 如將原先均勻分布於 5 個區域之債權群組改爲僅由同一區域構成, AAA 分券之損失起賠點將提高 58.14%。相對地, 其他條件不變下, 隨相關性的提高所提升之集中度風險, 也將提高分券之損失起賠點, 若進一步將回復率由常數改爲與條件違約機率呈負相關之設定, 隨即造成部分 AAA 分券之損失起賠點於高風險情境下, 高於市場上 AAA 分券實際擔保額度, 顯示 AAA 分券評等過於高估。

本文發現的確可透過增加債權群組分布區域個數, 降低區域集中風險, 不過此分散風險之效益將隨區域相關係數提高而遞減, 特別當區域間相關係數爲 1 時, AAA 分券之損失起賠點無關區域之分布。最後, 比較債權群組內房貸與區域分布等個數之集中度風險與相關性結構對分券損失起賠點之影響效果, 其中以相關性結構造成損失起賠點變動的幅度大於個數之影響。

綜合上述, 可知債權群組內集中度風險確爲影響分券損失起賠點之重要因素。在多數情形下, 能藉由增加標的房貸個數與跨區域之分布, 以降低單一資產與區域集中風險, 對於一般的結構式商品, 其標的資產個數通常足以分散債權群組內大部分之非系統風險, 至於增加區域分布之成效深卻受相關性結構之影響, 隱含即便標的房貸均勻分布於多個區域下, 區域間相關程度越高, 則仍存有越高程度之集中度風險, 是我們所不能輕忽的。

對於一般投資人而言, 藉由不同特性債權群組所包裝出之房屋抵押貸款證券之 AAA 分券, 確實屬於信用評等最高等級之分券, 然而, 此 AAA 評級之分券所隱含的風險卻無法藉由信評的級別所揭露。無論是改變標的房貸個數、房貸分布區域、回復率設定亦或相關性結構的改變, 均造成 AAA 分券損失起賠點變動, 甚至超過其擔保額度範圍, 顯示結構式商品中 AAA 分券在不考慮任何信用增強措施下, 過於高估其評等。因此, 投資人面對結構式商品之 AAA 評等分券時, 除了關心該分券之信用評等外, 亦應關注該分券內蘊風險特徵。

臺灣大學學術期刊資料庫

本文立旨於揭露模型風險下結構型商品內部信用增強所面臨的缺失。此處的模型風險, 所指的是偏離微粒化假設所帶來的不確定性。我們闡述此不確定性如何反應在結構型商品內部信用增強中分券起賠點的設計, 以探究 AAA 分券信用評級之合理性。我們同時受益且受限於文章中對於系統風險區域因子與非系統風險因子常態分配的假設, 原因在於: 假設常態分配的假設, 致使我們得以結合 Pykhtin (2004) 中拓延單因子聯繫模型至多因子的程序, 以求得之於集中度風險具解析性 (analytic tractability) 的量化及分析。然而, 我們受限於常態分配的假設或許無法確切反映真實的違約相關性情境。在可允許的模型複雜度下, 放寬系統及非系統因子分配的假設, 應可進一步捕捉違約的叢聚現象, 從而增進對於資產池累積損失分配的厚尾性描述。在此面相上, 雙重 student-t 分配 (Hull and White, 2004) 或是 normal invsere gamma 分配 (Kalemanova, Schmid, and Werner, 2007) 不失爲一個值得後續研究的方向。

附錄 A

在單因子架構下, 將資產價格 x_i 重新表述爲:

$$x_i = a_i \bar{M} + \sqrt{1 - a_i^2}\zeta_i,$$

其中 $\bar{M}$ 爲系統風險因子。可將單因子之微粒化投資組合的損失分配表爲:

$$\bar{L} = \mu(\bar{M}) = \sum_{i=1}^{N} w_i \left(1 - R_i\right) \hat{p}_i(\bar{M}),$$

其中

$$\hat{p}_i(\bar{M}) = N\left(\frac{N^{-1}\left(p_i\right) - a_i \bar{M}}{\sqrt{1 - a_i^2}}\right), \tag{A1}$$

$\bar{M}$ 爲單一系統風險因子, a_i 爲資產 i 對應於 $\bar{M}$ 的承載係數。

即便是單因子微粒化投資組合風險值具有解析性的估算方式, 但仍需要求該 $\mathrm{VaR}_q(\bar{L})$ 足夠的逼近多因子架構風險值 $\mathrm{VaR}_q(L)$。以下假設單因

臺灣大學學術期刊資料庫

子系統風險 $\bar{M}$, 同爲由 $n+1$ 個服從常態且相互獨立之共同因子 M_{bp} 與區域性特有因子 $\{M_{wp,u}\}_{u=1,\cdots,n}$ 所線性組成, 即:

$$\bar{M} = b_0 M_{bp} + \sum_{u=1}^{n} b_u M_{wp,u},$$

其中爲確使單因子系統風險 $\bar{M}$ 維持平均數爲0且變異數爲1之標準常態分配, 係數 b_u 必須滿足 $\sum_{u=0}^{n} b_u^2 = 1$。接著建構合成因子 $\{M_u\}_{u=1,\cdots,n}$ 與 $\bar{M}$ 之關聯性, 並用以決定最適參數 a_i 與 b_u, 使得 $\mathrm{VaR}_q(\bar{L})$ 足夠近似 $\mathrm{VaR}_q(L)$。

將資產 i 的合成因子 M_i 以單因子系統風險型態表爲:

$$M_i = \bar{\rho}_i \bar{M} + \sqrt{1-\bar{\rho}_i^2}\,\eta_i, \tag{A2}$$

其中 η_i 服從標準常態分配且與 $\bar{M}$ 相互獨立, $\bar{\rho}_i$ 爲合成因子 M_i 與單因子系統風險 $\bar{M}$ 的相關係數, 即:

$$\bar{\rho}_i \equiv Cor\left(M_i, \bar{M}\right) = b_0\sqrt{\alpha} + b_u\sqrt{1-\alpha}, \quad \text{for all } i \in u。$$

藉由 (A2) 式將資產價格 x_i 改寫爲:

$$x_i = \sqrt{\rho}\bar{\rho}_i \bar{M} + \sqrt{1-\left(\sqrt{\rho}\bar{\rho}_i\right)^2}\zeta_i, \quad i = 1, \cdots, N,$$

其中 ζ_i 服從標準常態分配且獨立於 $\bar{M}$。此時投資組合的條件損失分配爲:

$$E[L|\bar{M}] = \sum_{i=1}^{N} w_i\,(1-R_i)\,N\left(\frac{N^{-1}(p_i) - \sqrt{\rho}\bar{\rho}_i\bar{M}}{\sqrt{1-\left(\sqrt{\rho}\bar{\rho}_i\right)^2}}\right)。 \tag{A3}$$

對於任意的投資組合, 爲滿足 $\bar{L} = E[L|\bar{M}]$, 比較 (A1) 式與 (A3) 式可知:

$$a_i = \sqrt{\rho}\bar{\rho}_i = b_0\sqrt{\alpha\rho} + b_u\sqrt{(1-\alpha)\rho}, \quad \text{for all } i \in u。$$

因此參數 a_i 取決於 $\{b_u\}_{u=0,\cdots,k}$ 的選擇。然而, 爲使得單因子系統風險微粒化投資組合的風險值 $\mathrm{VaR}_q(\bar{L})$ 能夠足夠逼近多因子結構下風險值 $\mathrm{VaR}_q(L)$ 之目的, 必須選擇最適的 $\{b_u\}_{u=0,\cdots,n}$, 用以極大化單因子系統風險 $\bar{M}$ 與合成因子 M_i 間的相關性, 即:

臺灣大學學術期刊資料庫

$$\max_{\{b_u\}}\left(\sum_{i=1}^{N} c_i Cor\left(\bar{M}, M_i\right)\right), \quad \text{使得} \quad \sum_{u=0}^{n} b_u^2 = 1。$$

由 Pykhtin (2004) 可推得:

$$\begin{cases} b_0 = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{c_i}{\lambda}\right)\sqrt{\alpha} \\ b_u = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{c_i}{\lambda}\right)\sqrt{1-\alpha} \quad u = 1, \cdots, n) \end{cases}$$
$$c_i = w_i\left(1 - R_i\right)\cdot N\left[\frac{N^{-1}\left(p_i\right) + \sqrt{\rho}N^{-1}(q)}{\sqrt{1-\rho}}\right],$$

其中 λ 爲拉格朗日乘數 (Lagrange multiplier) 使得 b_u 滿足限制式 $\sum_{u=0}^{k} b_u^2 = 1$。參數 a_i 與 b_u 確立後, 即確立 $\bar{L}$ 的形式。

文中假設同一區域內之資產作同質性架設, 亦即於同一區域資產池 u 內, 有相同之預期違約機率 p_u、期望回復率 R_u 以及分別對應於合成因子 M_u 與單因子系統風險 $\bar{M}$ 之承載係數 $\sqrt{\rho}$ 與 a_u, 藉此推得區域別之 $\bar{L}$。

附錄 B

由文中 (17)、(30) 與 (31) 式, 於考慮集中度風險下, 將分券之損失起賠點表爲:

$$\mathrm{VaR}_q(L) = \mathrm{VaR}_q(\bar{L}) + \Delta\mathrm{VaR}_q^{\infty} + \Delta\mathrm{VaR}_q^{GA}。 \tag{B1}$$

根據假設一與二之設定, 分別將上式各部位重新表述爲:

$$\begin{aligned} \mathrm{VaR}_q(\bar{L}) &= \sum_{u=1}^{n}\omega_u\left(1 - R_u\right)\hat{p}_u(\bar{m})\Big|_{\bar{m}=N^{-1}(1-q)} \\ &= (1-R)\hat{p}(\bar{m})|_{\bar{m}=N^{-1}(1-q)}。 \end{aligned} \tag{B2}$$
$$\begin{aligned} \mathrm{VaR}_q^{\infty} &= -\frac{1}{2\mu'(\bar{m})}\left[v'_{\infty}(\bar{m}) - v_{\infty}(\bar{m})\left(\frac{\mu''(\bar{m})}{\mu'(\bar{m})} + \bar{m}\right)\right]\Big|_{\bar{m}=N^{-1}(1-q)} \\ &= -\frac{(1-R)}{n}\left[N\left(\frac{N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right] - \rho_{ii}^{M}N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right]}{\sqrt{1-\left(\rho_{ii}^{\bar{M}}\right)^2}}\right)\right. \end{aligned}$$

臺灣大學學術期刊資料庫

$$
\begin{aligned}
&-N\left(\frac{N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right]-\rho_{ij}^{M}N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right]}{\sqrt{1-\left(\rho_{ij}^{\bar{M}}\right)^{2}}}\right)\Bigg] \\
&-(1-R)\left[N\left(\frac{N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right]-\rho_{ij}^{M}N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right]}{\sqrt{1-\left(\rho_{ij}^{\bar{M}}\right)^{2}}}\right)-\hat{p}(\bar{m})\right] \\
&+\left\{\frac{(1-R)}{(2n\hat{p}'(\bar{m})}\left[N_2\left(N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right],N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right],\rho_{ii}^{M}\right)\right.\right. \\
&-N_2\left(N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right],N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right],\rho_{ij}^{M}\right)\Big] \\
&+\frac{(1-R)}{2\hat{p}'(\bar{m})}\left[N_2\left(N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right],N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right],\rho_{ij}^{M}\right)\right. \\
&\left.\left.-\hat{p}(\bar{m})\hat{p}(\bar{m})\right]\right\}\left(\frac{\hat{p}''(\bar{m})}{\hat{p}'(\bar{m})}+\bar{m}\right)\Bigg|_{\bar{m}=N^{-1}(1-q)}。
\end{aligned}
\tag{B3}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{VaR}_q^{GA} &= -\frac{1}{2\mu'(\bar{m})}\left[v'_{GA}(\bar{m})-v_{GA}(\bar{m})\left(\frac{\mu''(\bar{m})}{\mu'(\bar{m})}+\bar{m}\right)\right]\Bigg|_{\bar{m}=N^{-1}(1-q)} \\
&= -\frac{1}{2N\hat{p}'(\bar{m})}\left\{\left\{(1-R)^2\left[\hat{p}(\bar{m})-N_2\left(N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right],\right.\right.\right. \\
&\quad \left.\left.\left.N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right],\rho_{ii}^{M}\right)\right]+\sigma_i^2\hat{p}(\bar{m})\right\}-\hat{p}'(\bar{m})\times \\
&\quad \left\{(1-R)^2\left[1-2N\left(\frac{N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right]-\rho_{ii}^{M}N^{-1}\left[\hat{p}(\bar{m})\right]}{\sqrt{1-\left(\rho_{ii}^{\bar{M}}\right)^{2}}}\right)\right]+\sigma_i^2\right\} \\
&\quad \left.\left(\frac{\hat{p}''(\bar{m}}{\hat{p}'(\bar{m})}+\bar{m}\right)\right\}\Bigg|_{\bar{m}N^{-1}(1-q)}。
\end{aligned}
\tag{B4}
$$

其中:

$$
a=\sqrt{\rho}\sqrt{\frac{1}{n}+\left(1-\frac{1}{n}\right)\alpha};\ \hat{p}(\bar{m})=N\left(\frac{N^{-1}(p)-a\bar{m}}{\sqrt{1-a^2}}\right);
$$

$$
\hat{p}'(\bar{m})=-\frac{a}{\sqrt{1-a^2}}\,n\left(\frac{N^{-1}(p)-a\bar{m}}{\sqrt{1-a^2}}\right);
$$

臺灣大學學術期刊資料庫

$$\hat{p}''(\bar{m}) = -\frac{a^2}{1-a^2}\frac{N^{-1}(p)-a\bar{m}}{\sqrt{1-a^2}}\, n\left(\frac{N^{-1}(p)-a\bar{m}}{\sqrt{1-a^2}}\right);$$

$$\mu'(\bar{m}) = (1-R)\hat{p}'(\bar{m});\ \ \mu''(\bar{m}) = (1-R)\hat{p}''(\bar{m});$$

$$\rho_{ij}^{\bar{M}} = \begin{cases} \frac{\rho-a^2}{1-a^2} & \text{if} \quad i=j, \\ \frac{\alpha\rho-a^2}{1-a^2} & \text{if} \quad i\neq j。 \end{cases}$$

參考文獻

Acharya, Viral V., Iftekhar Hasan, and Anthony Saunders (2006), "Should Banks be Diversified? Evidence from Individual Bank Loan Portfolios," *Journal of Business*, 79, 1355–1412.

Adelino, Manuel (2009), "Do Investors Rely on Ratings? The Case of Mortgage-Backed Securities," Working Paper, Massachusetts Institute of Technology.

Benmelech, Efraim and Jennifer Dlugosz (2010), "The Credit Rating Crisis," *National Bureau of Economic Research Macroeconomics Annual*, 3, 161–207.

Carling, Kenneth, Lars Ronnegard, and Kasper Roszbach (2006), "Is Firm Interdependence Within Industries Important for Portfolio Credit Risk?" Sveriges Riksbank Working Paper Series, No. 168.

Coval, Joshua D., Jakub W. Jurek, and Erik Stafford (2009a), "Economic Catastrophe Bonds," *American Economic Review*, 99, 628–666.

——— (2009b), "The Economics of Structured Finance," *Journal of Economic Perspectives*, 23, 3–25.

Düllmann, Klaus and Nancy Masschelein (2006), "Sector Concentration in Loan Portfolios and Economic Capital," Discussion Paper, Deutsche Bundesbank.

Gordy, Michael B. (2003), "A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules," *Journal of Financial Intermediation*, 12, 199–232.

Gordy, Michael B. and Eva-Maria Lütkebohmert (2007), "Granularity Adjustment for Basel II," Discussion Paper, Deutsche Bundesbank.

Gouriéroux, Christian, Jean Pierre Laurent, and Olivier Scaillet (2000), "Sensitivity Analysis of Value at Risk," *Journal of Empirical Finance*, 7, 225–245.

臺灣大學學術期刊資料庫

Hull, John C. and Alan D. White (2004), "Valuation of a CDO and An n-th to Default CDS Without Monte Carlo Simulation," *Journal of Derivatives*, 12, 8–23.

——— (2010), "The Risk of Tranches Created From Mortgages," *Financial Analysts Journal*, 66, 54–67.

Kalemanova, Anna, Bernd Schmid, and Ralf Werner (2007), "The Normal Inverse Gaussian Distribution for Synthetic CDO Pricing," *Journal of Derivatives*, 14, 80–94.

Martin, Richard and Tom Wilde (2002), "Unsystematic Credit Risk," *Risk*, 15, 123–128.

Pykhtin, Michael (2004), "Multi-factor Adjustment," *Risk*, 17, 85–90.

Rossi, Stefania P. S., Markus S. Schwaiger, and Gerhard Winkler (2009), "How Loan Portfolio Diversification Affects Risk, Efficiency and Capitalization: A Managerial Behavior Model for Austrian Banks," *Journal of Banking and Finance*, 33, 2218–2226.

Tabak, Benjamin M., Dimas M. Fazio, and Daniel O. Cajueiro (2011), "The Effects of Loan Portfolio Concentration on Brazilian Bank's Return and Risk," *Journal of Banking and Finance*, 35, 3065–3076.

Vasicek, Oldrich (1987), "Probability of Loss on Loan Portfolio," KMV corporation.

——— (1991), "Limiting Loan Loss Probability Distribution," KMV corporation.

Wendin, Jonathan and Alexander J. McNeil (2006), "Dependent Credit Migrations," *Journal of Credit Risk*, 2, 87–114.

Wilde, Tom (2001), "Probing Granularity," *Risk*, 14, 103–106.

Zeng, Bin and Jing Zhang (2001), "An Empirical Assessment of Asset Correlation Models," KMV corporation.

投稿日期: 2014年2月7日, 接受日期: 2014年11月3日

臺灣大學學術期刊資料庫

Quantification and Analysis of Concentration Risk in Structured Products: the Case of Mortgage Backed Securities

Hsin-Hao Fu

Ph.D. Student, Department of Money and Banking, National Chengchi University

Chi-Chun Yang

Ph.D. Student, Department of Mondy and Banking, National Chengchi University

Mi-Hsiu Chiang

Department of Mondy and Banking, National Chengchi University

Granularity adjustments, introduced by Martin and Wilde (2002) and Gordy (2003) allow one to quantify the concentration exposures of credit portfolios due to imperfect diversification. However, this line of research focused solely on single-name concentrations under an asymptotic single factor framework. In this study, by adapting the inter-mortgage-pool correlation structure of Hull and White (2010) under the multi-factor setting of Pykhtin (2004) we derive quantitative measures of single-name and sector concentration that facilitate subsequent analysis of the risk profiles embedded in Mortgage Backed Securities (MBSs). Under different stress scenarios, we examine the impact of concentration exposures on the internal credit enhancements, in particular, on the AAA tranche attachment points. We show that, under severe market conditions, the presence of regional concentrations in the underlying mortgage pools can further amplify the effects of default correlation on the portfolio loss distributions. As a direct consequence, the preset subordination level determined by the assignment of tranche attachment points can be exceeded.

Keywords: mortgage backed securities, concentration risk, granularity adjustments, internal credit enhancements

JEL classification: G11, G21

臺灣大學學術期刊資料庫

臺灣大學學術
期刊資料庫